

شمارنده‌های اول یک عدد مانند ماده اولیه کارخانه عددسازی هستند. تمام عددهای طبیعی را می‌توان با ضرب شمارنده‌های اول به دست آورد. امروزه از عددهای اول به عنوان عددهایی که قابل تجربه و شکستن نیستند در رمزنگاری و رمزگشایی استفاده می‌شود.

فعالیت



۱۱-۱ نفر از نوجوانان بسیج پایگاه امام صادق (ع) می خواهند برای انجام کارهای مختلف پایگاه به گروه‌های کوچک تقسیم شوند. آیا می توان این تعداد را به گروه‌های مساوی تقسیم کرد؟ اگر تعداد آنها ۷ نفر بود چه گروه‌هایی را می توانستیم تشکیل دهیم؟ همه حالت‌های ممکن را بنویسید.

اگر تعداد آنها ۱۵ نفر بود چه گروه‌هایی را می توانستیم تشکیل دهیم؟

۲-۶ نفر از بسیجیان می خواهند رژه بروند. فرمانده پایگاه آرایش‌های مستطیلی را به صورت گروه‌های زیر برای ۶ نفر روی کاغذ کشیده است.

شما هم برای ۸ نفر آرایش‌های مختلف مستطیلی رسم کنید.



$$1 \times 6$$



$$2 \times 3$$



$$3 \times 2$$



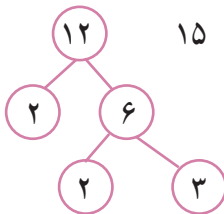
$$6 \times 1$$

برای ۵ نفر هم آرایش‌های ممکن را رسم کنید.

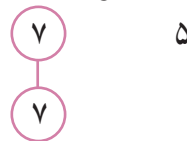
کدام عدد ها فقط ۲ آرایش مستطیلی دارند؟

۳- مانند نمونه‌ها با رسم نمودارهای درختی، عددهای داده شده را به صورت ضرب

شمارنده‌های اول بنویسید. (تجزیه کنید)



$$12 = 2 \times 2 \times 3$$



در سال گذشته با عددهای اول آشنا شدید. این عددها به غیر از یک و خودشان بر هیچ عدد طبیعی دیگری بخش پذیر نیستند به عبارت دیگر فقط دو شمارنده طبیعی دارند: عدد ۱ و خودِ عدد.

## کار در کلاس



اگر بتوانیم عددی طبیعی و بزرگ‌تر از یک را به صورت ضرب دو عدد بزرگ‌تر از یک بنویسیم، عدد مورد نظر اول نیست و به آن عدد مرکب می‌گویند. برای مثال ۲۴ مرکب است چون:

$$24 = 6 \times 4$$

تمام عددهای مرکب کمتر از  $30$  را به صورت ضرب دو عدد بنویسید.

## فعالیت



۱- عددهای طبیعی ۱ تا  $20$  را بنویسید و دور عددهای اول خط بکشید. آیا

عدد ۱ اول است؟ چرا؟

آیا عدد ۱ مرکب است؟ چرا؟

۲- با توجه به سؤال بالا عددهای طبیعی را به ۳ دسته تقسیم کنید و ویژگی‌های هر کدام را بنویسید؟

۳- مضرب‌های طبیعی عدد ۲ نوشته شده است در صورت امکان مانند نمونه آن‌ها را به صورت ضرب دو عدد بنویسید.

$$2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots$$

$2 \times 2$       $2 \times 3$

به همین ترتیب مضرب‌های طبیعی عددهای ۳ و ۴ را بنویسید و در صورت امکان آن‌ها را به ضرب دو عدد تبدیل کنید.

: مضرب‌های طبیعی عدد ۳

: مضرب‌های طبیعی عدد ۴

۴- با توجه به سؤال بالا آیا می‌توان گفت که تمام مضرب‌های یک عدد طبیعی مرکب هستند؟ چرا؟

عدد ۱ نه اول است نه مرکب به این ترتیب می‌توان عددهای طبیعی را به سه بخش تقسیم کرد:

۱، اول، مرکب

## کار در کلاس



۱- برای چه عددهای طبیعی می توان گفت تمام مضرب های آن عدد، اعداد مرکب هستند؟

۲- عدد ۱۷ چند مضرب دارد؟ چند تا از مضرب ها اول هستند؟

۳- اگر  $a$  عددی اول باشد آیا تمام مضرب هایش مرکب اند؟

## فعالیت



ب.م.م. جفت عدد های داده شده را بنویسید.

$$(15, 6) = 3$$

$$(2, 8) =$$

$$(3, 9) =$$

$$(1, 4) =$$

$$(18, 12) =$$

$$(5, 12) =$$

$$(15, 4) =$$

$$(3, 5) =$$

$$(24, 25) =$$

$$(15, 16) =$$

$$(7, 8) =$$

$$(3, 3) =$$

با توجه به تساوی های بالا به سؤالات زیر پاسخ دهید.

اگر ب.م.م. بزرگ ترین مقسوم علیه [شمارنده] مشترک) دو عدد برابر یک باشد، می گوئیم آن دو عدد نسبت به هم اول هستند. برای مثال عددهای ۸ و ۹ هر دو مرکب هستند. اما چون  $(8, 9) = 1$  می گوئیم این دو عدد نسبت به هم اول هستند.

۱- دو عدد به دلخواه انتخاب کنید و ب.م.م آنها را بنویسید.

آیا می توان گفت هر دو عدد اول نسبت به هم اول هستند؟

۲- یک عدد اول و یک عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم اول باشند.

۳- دو عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم اول باشند.

۴- دو عدد چه ویژگی ای داشته باشند تا نسبت به هم اول شوند؟

۵- اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند ک.م.م آنها چگونه به دست می آید؟

## تمرین



۱- ۴ پاسخ مختلف برای تساوی روبرو به دست آورید.  $(\square و ۴) = ۱$

۲- عددهای اول بین دو عدد  $۶۰$  و  $۴۰$  را بنویسید.

۳- اگر تعداد عددهای اول کمتر از  $۲۰$ ،  $۸$  عدد باشد تعداد عددهای مرکب چندتاست؟ چرا؟

۴- آیا این جمله درست است؟ چرا؟  
«هر عدد طبیعی حداقل ۲ شمارنده دارد»

۵- آیا این تعریف برای عددهای اول درست است؟ چرا؟  
«عدد اول عددی است که شمارنده اول آن خود عدد باشد»

۶- مجموع دو عدد اول  $۹۹$  است. آن دو عدد را مشخص کنید. توضیح دهید چگونه آن دو عدد را پیدا کردید.

۷- ۵ عدد بنویسید که غیر از  $۲$  و  $۳$  شمارنده دیگری نداشته باشد.

۸- عددهای  $۴$  و  $۹$  دو شمارنده یک عدد هستند شش شمارنده دیگر این عدد را بنویسید.

## تعیین عدد های اول

### فعالیت



می خواهیم عددهای اول بین ۱ تا ۵۰ را تعیین کنیم.  
ابتدا عددهای ۱ تا ۵۰ را می نویسیم.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰

- حالا عددهای غیر اول را خط می زنیم تا اعداد اول باقی بمانند.

• آیا عدد ۱ را خط زدید؟ چرا؟

• آیا مضارب عدد ۲ را خط می زنید؟ چرا؟

- مضارب عدد مرکب عدد ۲ را به صورت  $\diagup$  خط بزنید.

• آیا لازم است مضارب عدد ۴ را خط بزنیم؟ چرا؟

• آیا مضارب عدد ۵ را خط می زنید؟ چرا؟

- مضارب مرکب عدد ۵ را به صورت  $\text{—}$  خط بزنید. کدام مضرب عدد ۵ برای اولین بار خط خورد؟

• آیا مضارب عدد ۷ را خط می زنید؟ چرا؟

- مضارب مرکب ۷ را به صورت  $|$  خط بزنید کدام مضرب عدد ۷ برای اولین بار خط خورد؟

• آیا مضارب ۸ و ۹ و ۱۰ را خط می زنید؟ چرا؟

• اگر بخواهیم مضارب عدد ۱۱ را خط بزنیم اولین مضربی که خط خواهد خورد کدام عدد است؟

• به این ترتیب آیا لازم است مضارب عدد ۱۱ را خط بزنیم؟

• چرا عدد ۳ سه مرتبه خط خورد؟

• عدد ۱۰ چند بار خط خورده است؟ چرا؟

• آیا می توان گفت که فقط مضارب عددهای اول را خط می زنیم؟ چرا؟

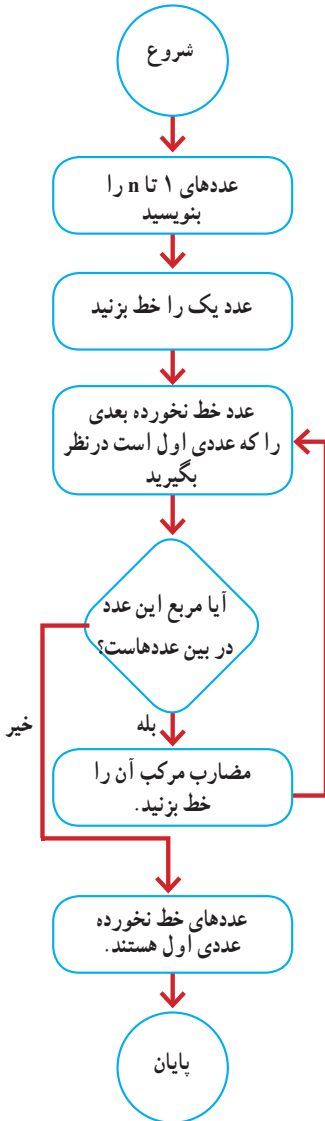
• آیا می توان گفت خط زدن ها را تا جایی ادامه می دهیم که مربع آن در بین عددهای نوشته شده باشد؟

## کار در کلاس



نتایج فعالیت قبل در نمودار مقابل خلاصه شده است :

این نمودار را برای  $n = 40$  دنبال کنید و دستورالعمل را یک به یک انجام دهید هر مرحله از نمودار را برای خود توضیح دهید. برای مثال جمله «عددهای ۱ تا  $n$  را بنویسید» را به صورت عددهای ۱ تا ۴۰ را بنویسید و بخوانید و عددهای ۱ تا ۴۰ را در کادر زیر بنویسید عدد ۱ را خط بزنید و همین کار را انجام دهید مضرب‌های مرکب آن را خط می‌زنیم و دوباره به مرحله قبلی برمی‌گردیم.





می‌خواهیم مشخص کنیم ۴۷ اول است یا نه. مانند روش غربال که در بالا توضیح داده شد فرض کنید عددهای ۱ تا ۴۷ نوشته شده است.

آیا عدد ۴۷ با مضرب‌های ۲ خط می‌خورد؟ انجام چه عملی می‌تواند این مسئله را جواب دهد؟

آیا عدد ۴۷ با مضرب‌های ۳ خط می‌خورد؟ چرا؟

آیا عدد ۴۷ با مضرب‌های ۵ خط می‌خورد؟ چرا؟

آیا لازم است عدد ۴۷ با مضرب‌های ۷ خط می‌خورد یا نه؟ چرا؟

آیا می‌توان نتیجه گرفت که فقط عدد ۴۷ را بر عددهای اول تقسیم می‌کنیم؟ چرا؟

آیا می‌توان نتیجه گرفت تقسیم کردن را تا عدد اولی ادامه می‌دهیم که مربع آن از ۴۷ بزرگ‌تر شود؟

کار در کلاس



۱- مانند نمونه بررسی کنید که عدد داده شده اول است یا مرکب.

$$\begin{array}{r} 97 \quad | \quad 2 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 97 \quad | \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 97 \quad | \quad 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 97 \quad | \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

پس باید به عددهای اول ۲، ۳، ۵ و ۷ تقسیم کنیم.

چون تمام تقسیم‌ها باقی مانده آورد، پس ۹۷ مضرب هیچ کدام نیست پس عددی اول است.

عدد مورد نظر ۱۳۱ :

عدد مورد نظر ۱۴۳ :



## تمرین



۱- روش غربال را برای عددهای ۱ تا ۶۰ انجام داده و عددهای اول کمتر از ۶۰

را پیدا کنید.

۲- با روش تقسیم کردن مشخص کنید که آیا عددهای ۱۰۷ و ۲۵۱ اول هستند یا مرکب.

۳- آیا این جمله درست است؟ «برای آن که بفهمیم عددهای کمتر از ۱۰۰ اول هستند یا نه؟ فقط کافی است آن‌ها را به عددهای ۲، ۳، ۵ و ۷ تقسیم کنیم»

۴- عددی کمتر از ۱۲۰ و بزرگ‌تر از ۱۰۰ است. برای این که بفهمیم این عدد اول است یا نه حداکثر چند تقسیم انجام می‌دهیم؟ چرا؟

۵- عددهای ۱ تا ۱۰۰ را نوشته و غربال کرده‌ایم با توجه به آن به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

- اولین عددی که خط خورد :
- اولین مضرب ۷ که برای اولین بار خط خورد.
- عدد ۲۴ با مضرب کدام عدد خط خورد؟
- تمام مضرب‌های ۵ که برای اولین بار خط می‌خورند :

### مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آن‌ها را توصیف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

● نمودار درختی ● عدد مرکب ● نسبت به هم اول ● روش غربال

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده است. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- پیدا کردن عددهای اول با روش تقسیم و ضرب و بخش پذیری
- تشخیص عددهای اول و مرکب
- تعیین اعداد اول به کمک روش غربال
- دنبال کردن یک دستورالعمل و نمودار
- تعیین اول یا مرکب بودن یک عدد

### کاربرد

این درس در فصل مربوط به توان و جذر کاربرد دارد. تبدیل پایه‌های مرکب به پایه‌های عدد اول در ساده کردن عبارات‌های تواندار استفاده می‌شود.

### تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- یک عدد مرکب بنویسید که شمارنده‌های اول غیر از ۲ و ۳ نداشته باشد. آیا این عدد نسبت به عددی که شمارنده‌های اول آن ۲ و ۵ است اول است؟ چرا؟

۲- با روش غربال عددهای اول بین  $2^\circ$  و  $4^\circ$  را پیدا کنید. برای این کار از خط زدن مضارب کدام عدد شروع می‌کنید و با مضارب کدام عدد پایان می‌دهید؟