

کندو یا یک کاشیکاری طبیعی دیگر

فصل ۳

چندضلعی ها

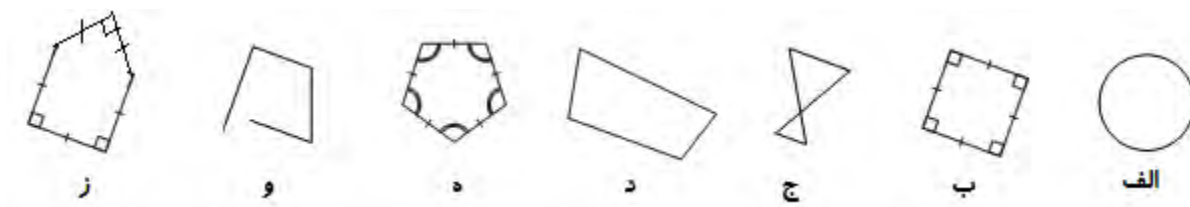
یک طرح کاشیکاری ایرانی اسلامی

با کاشی های تکرار شونده

دسته بندی چندضلعی ها

فعالیت:

- ۱- در هندسه به هر خط شکسته ی بسته، چندضلعی گفته می شود.
شکل "ج" چندضلعی نیست، چون ضلع های آن یکدیگر را قطع کرده اند.
شکل "و" چندضلعی نیست. چرا؟
شکل "الف" هم چندضلعی نیست. چرا؟

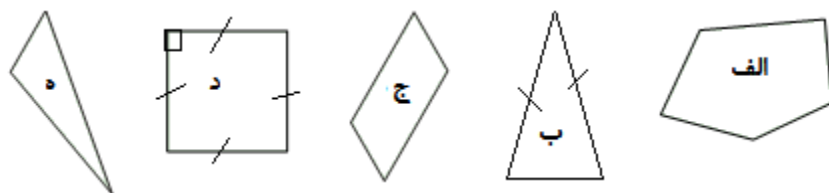


- ۲- اگر در یک چندضلعی، همه ضلع ها با هم و همه زاویه ها با هم مساوی باشند، می گوئیم آن چندضلعی منتظم است.
کدام شکل ها از میان شکل های بالا چندضلعی منتظم هستند؟

- ۳- یکی از شکل های بالا را انتخاب کنید و درباره تعداد ضلع ها، زاویه ها، تساوی آن ها و ... توضیح دهید تا دوستان شما شکل را که انتخاب کرده اید، پیدا کند.
سپس به توضیحات دوستان گوش کنید تا شکلی را که او انتخاب کرده است، پیدا کنید.

کاردرکلاس:

- ۱- مشخص کنید هر توضیح به کدام چند ضلعی مربوط است:



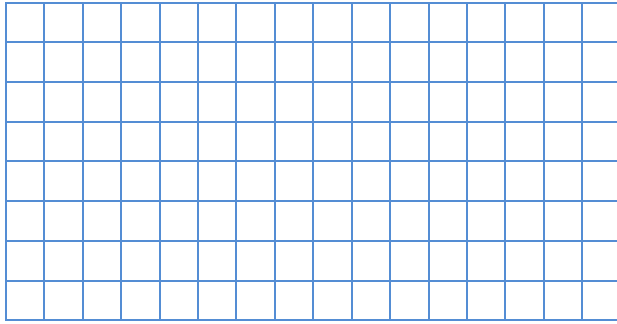
- یک لوزی با زاویه قائمه
- یک مثلث با زاویه باز
- یک پنج ضلعی غیر منتظم

۲- در صفحه مقابل هریک از چندضلعی های زیر را رسم کنید:

الف) مثلثی قائم الزاویه

ب) مستطیلی با ضلع های مساوی

ج) یک شش ضلعی با دقیقا ۳ زاویه قائمه



۳- به شکل های زیر نگاه کنید و تفاوت ها و شباهت های آن ها را بنویسید.



فعالیت:



۱- یک کاغذ پوستی روی شکل مقابل قرار دهید و تصویر شکل را روی آن رسم کنید.

نوک مدادتان را روی مرکز دوران قرار دهید و مانند شکل زیر کاغذ پوستی را 180° حول مرکز دوران بچرخانید.

آیا تصویر روی شکل منطبق می شود؟

(رسام محترم مراحل چرخش طراحی شود لطفا)

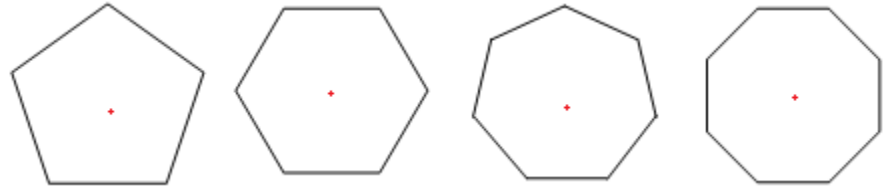
۲- اگر نتیجه دوران 180° درجه ای یک شکل حول یک نقطه روی آن منطبق شود، می گوییم شکل **مرکز تقارن** دارد و نقطه مورد نظر

مرکز تقارن شکل است.

شکل زیر نشان می دهد که مربع مرکز تقارن دارد.

(رسام محترم مراحل چرخش طراحی شود لطفا)

در کدام یک از چندضلعی های منتظم زیر، نقطه مشخص شده مرکز تقارن است؟



فکر می کنید نه ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد؟

ده ضلعی منتظم چگونه؟

۳- برای تشخیص آن که نقطه O در هر یک از شکلهای زیر مرکز تقارن آن شکل هست یا نه، به ترتیب زیر عمل می کنیم:

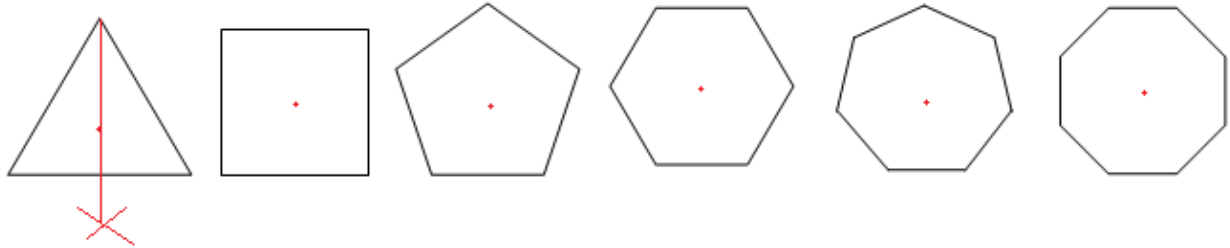
قرینه یک نقطه از شکل را نسبت به O پیدا می کنیم،

اگر این قرینه نقطه ای از خود شکل نبود، نتیجه می گیریم که O مرکز تقارن شکل نیست.

اما اگر این قرینه نقطه ای از خود شکل بود، با انتخاب نقطه ای دیگر بررسی را ادامه می دهیم.

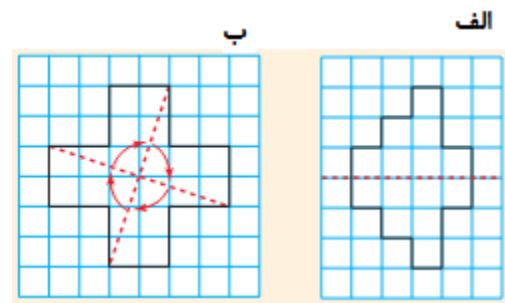
به همین ترتیب مانند نمونه نشان دهید در کدام شکل ها نقطه O، مرکز تقارن شکل نیست.

پاسختان را با پاسخی که به فعالیت (۲) داده اید مقایسه کنید.

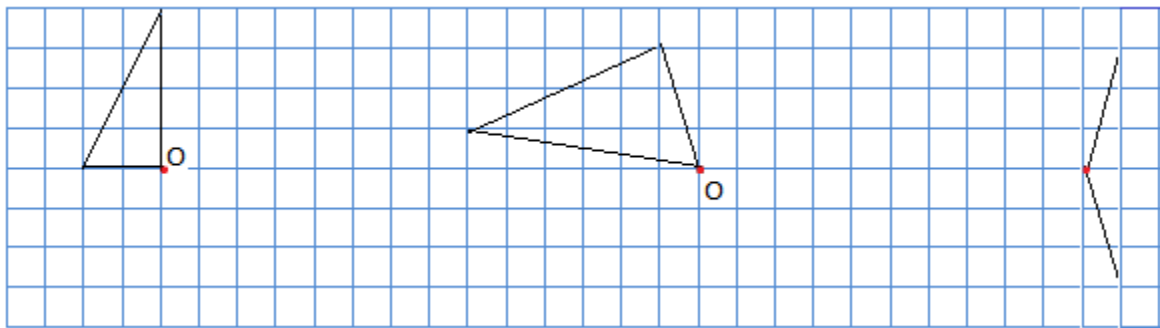


کاردر کلاس:

۱- کدام شکل مرکز تقارن دارد؟



۲- هر شکل را طوری کامل کنید که نقطه O مرکز تقارن باشد.



تمرین:

۱- الف) تعداد خط های تقارن هر یک از چند ضلعی های منتظم زیر را پیدا کنید.



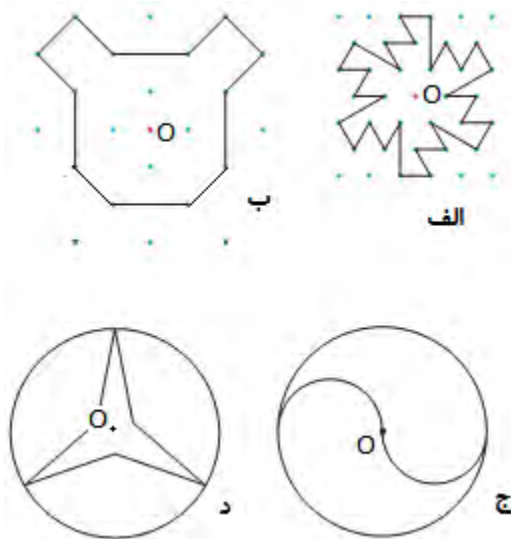
ب) فکر می کنید نه ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ ده ضلعی منتظم چطور؟

تعداد ضلع ها	مرکز تقارن	تعداد محور تقارن
۳	ندارد	۳
۴	دارد	۴
۵		

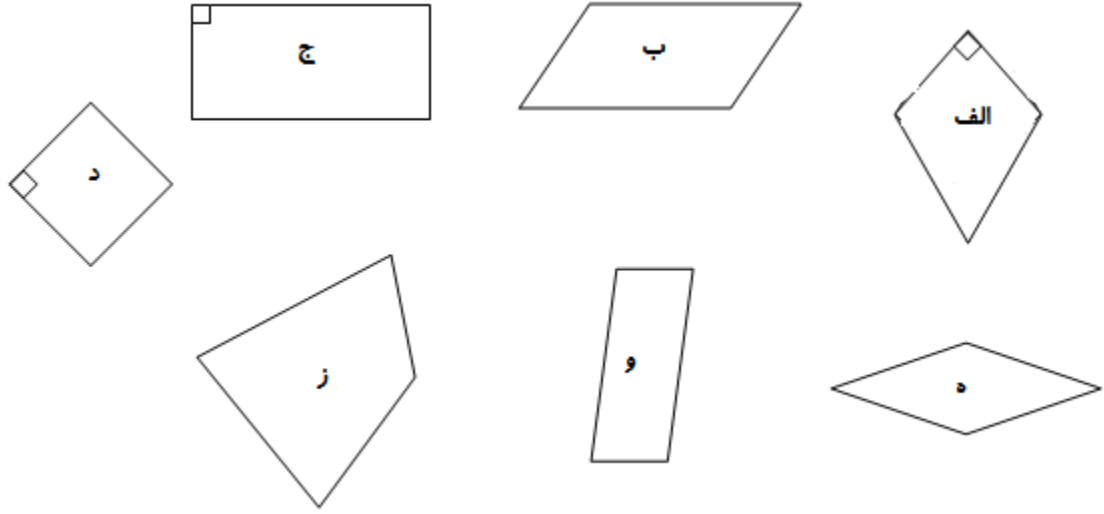
۲- در هر سطر جدول مقابل یک چندضلعی منتظم مورد بررسی قرار گرفته است. جدول را کامل کنید.

۶		
۷		
۸		
۹		
۱۰		
...		
n	اگر n زوج باشد: اگر n فرد باشد:	

۳- در کدام شکل ها نقطه O مرکز تقارن شکل است؟



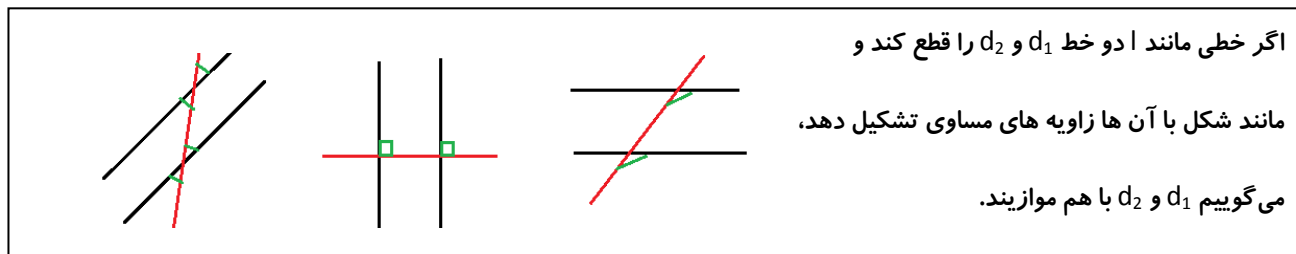
۴- در هر چهارضلعی بررسی کنید نقطه مشخص شده مرکز تقارن شکل هست یا نه.



توازی و تعامد

فعالیت:

۱- بچه ها هنگام استفاده از یک کتاب هندسه به جمله زیر برخوردند:



با توجه به برابری زاویه های متقابل به راس، همه زاویه های مساوی را در هر یک از شکل ها با علامت گذاری مشخص کنید.

۲- در ادامه سارا گفت: "پس برای تشخیص موازی بودن یا نبودن دو خط می توانیم از این تعریف استفاده کنیم."

شادی پرسید: "فکر می کنید اگر یک خط دیگر هم دو خط موازی را قطع کند، با آن ها زاویه های مساوی می سازد؟"

مینا چند خط متقاطع با دو خط موازی رسم کرد و زاویه های تشکیل شده را اندازه گرفت و گفت: "بله، زاویه ها مساوی می شود."

سارا گفت: "باید دلیلی پیدا کنیم تا مطمئن شویم همیشه یک خط متقاطع، با دو خط موازی زاویه های مساوی می سازد."

در این جا دلیلی که دو تا از بچه ها ارائه کردند آمده است.

دلیل (۲)

خط c دو خط موازی a و b را به ترتیب در دو نقطه A و B قطع کرده است.

نقطه وسط پاره خط AB ، نقطه تقارن شکل است و اگر شکل را 180° حول آن نقطه بچرخانیم، بر خودش منطبق می شود.

در این حالت زاویه A_1 بر B_1 منطبق می شود، پس این دو زاویه با هم برابرند.

دلیل (۱)

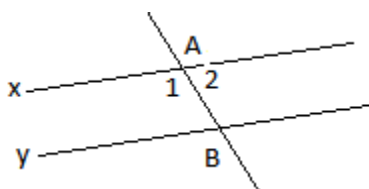
خط c دو خط موازی a و b را به ترتیب در دو نقطه A و B قطع کرده است.

اگر خط a و c را با بردار \overrightarrow{AB} انتقال دهیم یعنی این دو خط را روی صفحه به آرامی بلغزانیم تا تصویر نقطه A روی نقطه B قرار گیرد، زاویه A_1 بر B_1 منطبق می شود، پس این دو زاویه با هم برابرند.

این دو دلیل را بخوانید و درباره درستی جمله زیر در کلاس گفتگو کنید.

اگر خطی، دو خط موازی را قطع کند، با آن ها زاویه های مساوی تشکیل می دهد.

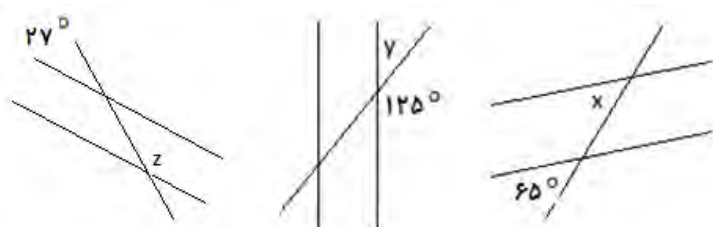
کاردر کلاس:



۱- در شکل رو به رو دو خط x و y با هم موازیند و

خط z این دو خط را در نقاط A و B قطع کرده است.

سه زاویه مساوی با A_1 و سه زاویه مساوی با A_2 پیدا کنید و علامت گذاری نمایید.



۲- در هر شکل یک خط مورب، دو خط موازی را قطع کرده است.

اندازه زاویه های مجهول را به دست آورید.

۳-

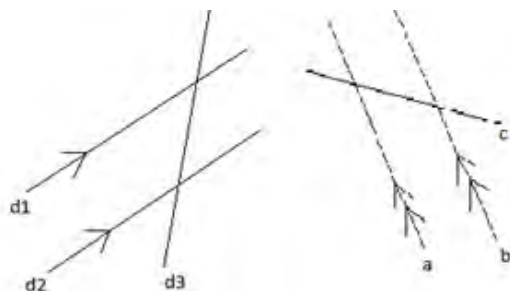
موازی بودن دو خط را مانند شکل، با علامت گذاری آن ها مشخص می کنیم.

عبارت "خط d_1 با خط d_2 موازی است" را به صورت $d_1 \parallel d_2$ و

عبارت "خط d_1 با خط d_3 موازی نیست" را به صورت $d_1 \not\parallel d_3$ می نویسیم.

الف) عبارت های $a \parallel b$ و $a \parallel c$ را بخوانید.

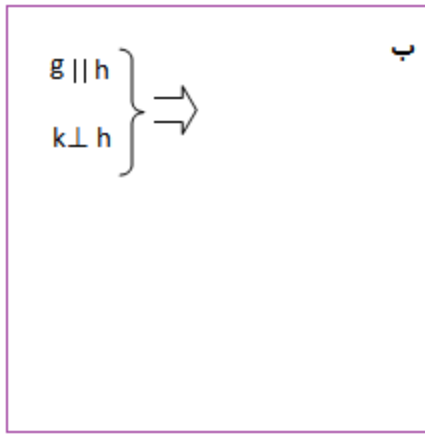
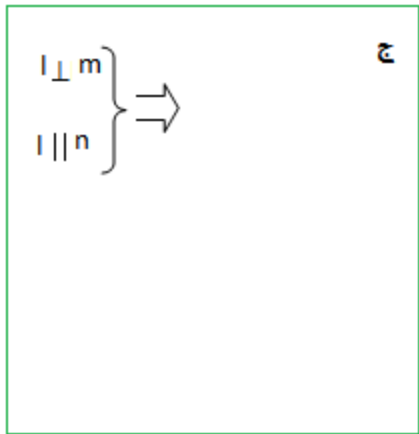
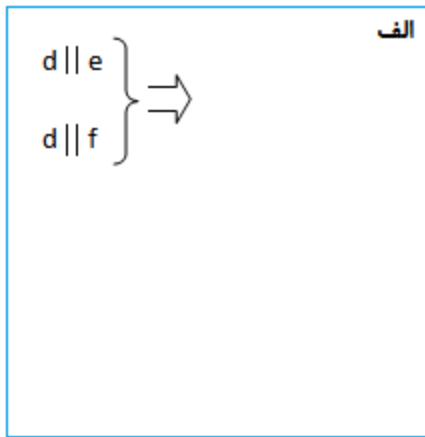
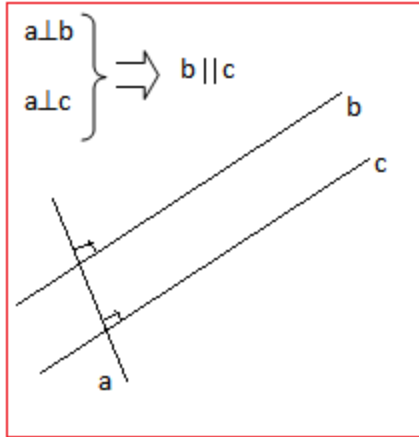
ب) زاویه های مساوی را در شکل با علامت گذاری مشخص کنید.



۴- عمود بودن دو خط را با علامت گذاری آن ها مشخص می کنیم

و عبارت "خط a_1 بر خط a_2 عمود است" را به صورت $a_1 \perp a_2$ می نویسیم.

مانند نمونه در هر مورد شکل بکشید و جاهای خالی را پر کنید.

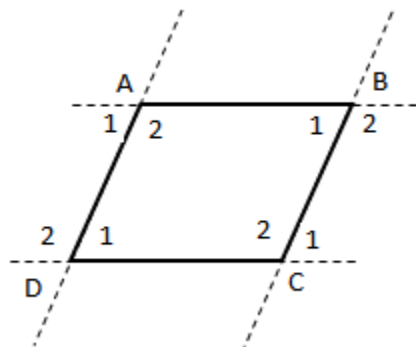


۵- در هر متوازی الاضلاع، ضلع های روبه رو با هم موازی اند. در شکل زیر یک متوازی الاضلاع دیده می شود،

الف) ضلع های موازی را با علامت گذاری مشخص کنید.

ب) با پر کردن جاهای خالی در رابطه های زیر،

دلیل تساوی دو زاویه روبه روی هم در متوازی الاضلاع را کامل کنید.



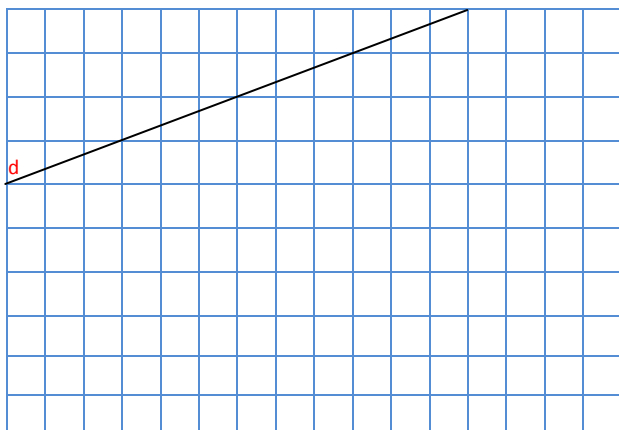
$AD \parallel BC$ و $AB \parallel DC$ مورب $\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{D}_2$
 $AD \parallel BC$ و DC مورب $\Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{C}_2$

\Rightarrow -----

$AB \parallel DC$ و BC مورب $\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$
 $AD \parallel BC$ و AB مورب $\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$

\Rightarrow -----

فعالیت:



۱- در صفحه شطرنجی رو به رو خطی موازی با خط d رسم کنید و آن را d' بنامید.

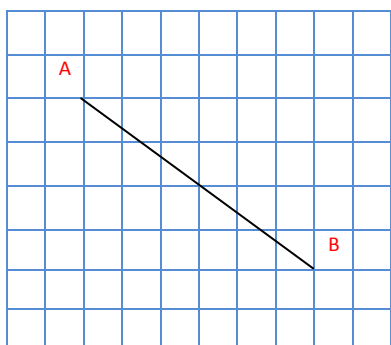
درباره چگونگی رسم خطی موازی با یک خط در صفحه شطرنجی با هم گروهی هایتان گفتگو کنید و خطی را که رسم کرده اید با هم مقایسه نمایید. چه ارتباطی میان خط ها وجود دارد؟

۲- حالا خطی عمود بر خط d رسم کنید و آن را d'' بنامید.

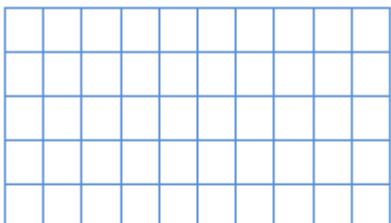
سپس درباره چگونگی رسم خطی عمود بر یک خط در صفحه

شطرنجی با هم گروهی هایتان گفتگو کنید و خطی را که رسم کرده اید با هم مقایسه نمایید. چه ارتباطی میان خط ها وجود دارد؟

کاردرکلاس:



۱- عمودمنصف پاره خط AB را رسم کنید.

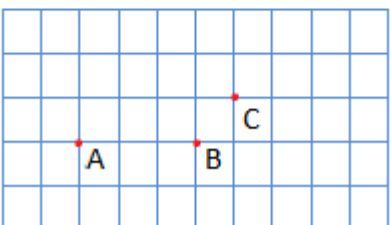


۲- الف) یک مثلث متساوی الساقین بکشید و عمودمنصف قاعده آن را رسم کنید.

ب) آیا این خط، خط تقارن شکل است؟

ج) چرا دو زاویه مجاور قاعده با هم برابرند؟

د) چرا عمودمنصف قاعده، نیمساز زاویه مقابل آن است؟



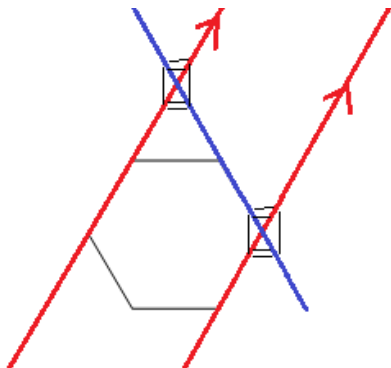
۳- یک متوازی الاضلاع رسم کنید که نقاط A ، B و C سه تا از راس های آن باشند.

پاسختان را با دوستانتان مقایسه کنید.

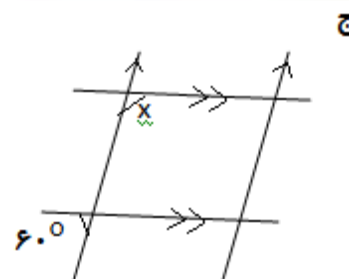
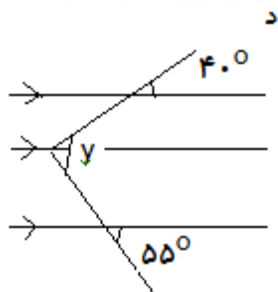
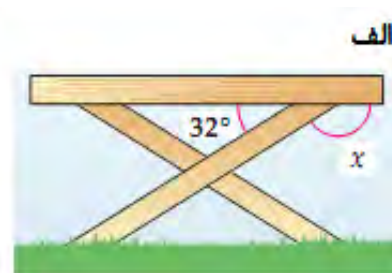
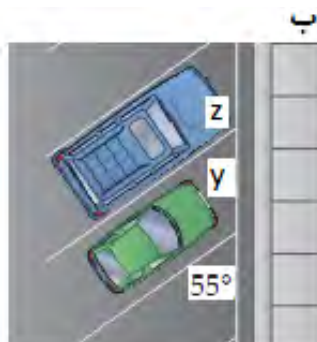
برای این سوال چند پاسخ مختلف می توانید پیدا کنید؟

تمرین:

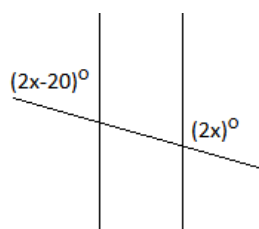
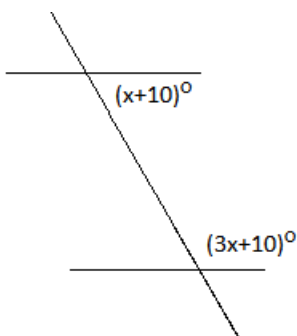
- ۱- در شش ضلعی منتظم، ضلع‌ها دو به دو با هم موازیند. مانند نمونه ضلع‌ها را امتداد دهید، خط‌های موازی و زاویه‌های مساوی را مشخص کنید.



- ۲- در هر قسمت اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.



- ۳- مانند نمونه با تشکیل معادله، اندازه زاویه‌ها را پیدا کنید:



$$(x+10)+(3x+10)=180 \rightarrow (2x)^\circ (2x-20)^\circ$$

$$4x+20=180 \rightarrow$$

$$4x=160 \rightarrow$$

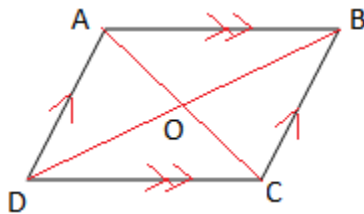
$$x=40 \rightarrow$$

$$x+10=50^\circ, \quad 3x+10=130^\circ$$

دسته بندی چهارضلعی ها

فعالیت:

طبق تعریف، چهارضلعی ای که ضلع های روبه روی آن دو به دو با هم موازیند، متوازی الاضلاع نام دارد.

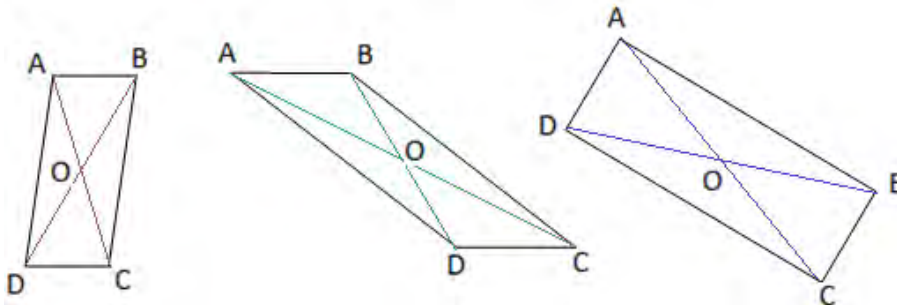


۱- متوازی الاضلعی دلخواه رسم کنید و مانند شکل نام گذاری نمایید.

یک کاغذ پوستی روی آن بگذارید و تصویر متوازی الاضلاع را رسم کنید.

(رسم محترم مراحل چرخش طراحی شود لطفا)

نوک مدادتان را روی نقطه O (محل برخورد قطر ها و مرکز تقارن شکل) قرار دهید و تصویر را ۱۸۰ درجه حول این نقطه بچرخانید تا تصویر بر شکل منطبق شود.



۲- با توجه به انطباق شکل و تصویر در فعالیت بالا، تساوی ها را کامل کنید:

$$\hat{A} = \dots$$

$$\hat{B} = \dots$$

$$\overline{AB} = \dots$$

$$\overline{BC} = \dots$$

هر یک از عبارت های زیر یک خاصیت متوازی الاضلاع را بیان می کند. این دو عبارت را کامل کنید:

در هر متوازی الاضلاع، زاویه های رو به رو
 در هر متوازی الاضلاع، ضلع های رو به رو

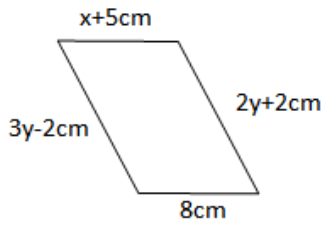
۳- پاره خط OA بر کدام پاره خط منطبق شده است؟

پاره خط OB چطور؟

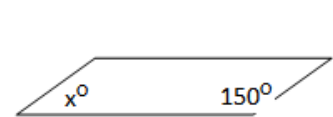
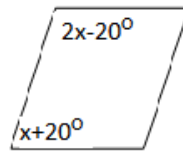
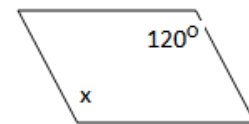
با توجه به پاسخ این دو پرسش، یک خاصیت دیگر متوازی الاضلاع را پیدا کنید و بنویسید.

کاردر کلاس:

۱- این چهارضلعی متوازی الاضلاع است. با تشکیل معادله مقادیر مجهول و اندازه ضلع ها را به دست آورید.



۲- هر یک از شکل های زیر متوازی الاضلاع هستند. با تشکیل معادله اندازه زاویه ها را به دست آورید.

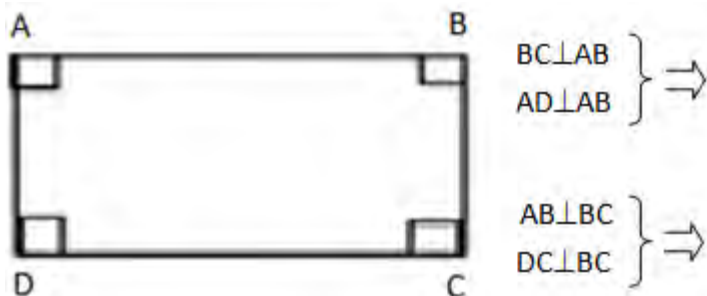


۳- یک متوازی الاضلاع رسم کنید که یکی از زاویه هایش قائمه (90°) باشد. توضیح دهید چرا زاویه های دیگر آن هم حتما قائمه اند.

۴- با کامل کردن عبارت های زیر نتیجه بگیرید که

"چهارضلعی که همه زاویه هایش قائمه باشند، یک متوازی الاضلاع است."

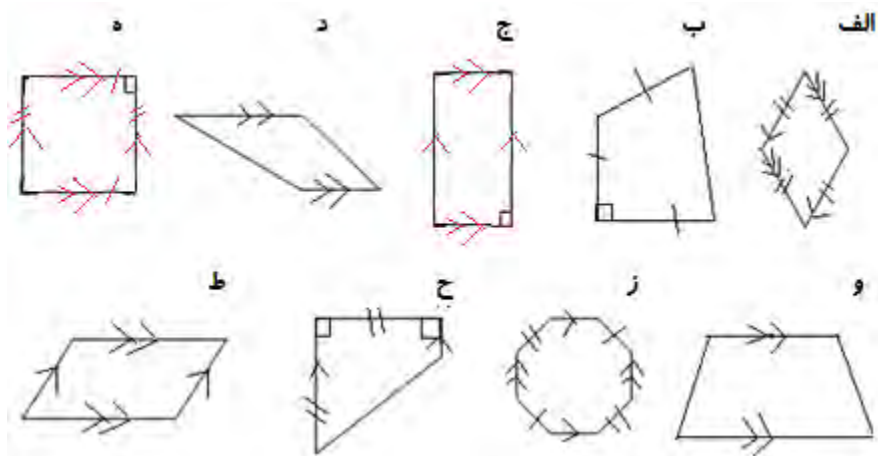
در چهارضلعی ABCD همه زاویه ها قائمه اند، پس:



پس در چهارضلعی ABCD ضلع های رو به رو به دو به دو پس این چهارضلعی متوازی الاضلاع هم هست.

فعالیت:

۱- با توجه به تعریف متوازی الاضلاع، کدام شکل های زیر متوازی الاضلاع هستند؟



۲- در این جا چند چهارضلعی دیگر هم تعریف شده اند. هر تعریف را بخوانید و از میان چهارضلعی های فعالیت قبل، مثال هایی برای هر یک پیدا کنید.

مستطیل، متوازی الاضلاعی است که زوایه های قائمه دارد.

مربع، متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و زوایه های قائمه دارد.

لوزی، متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن با هم برابرند.

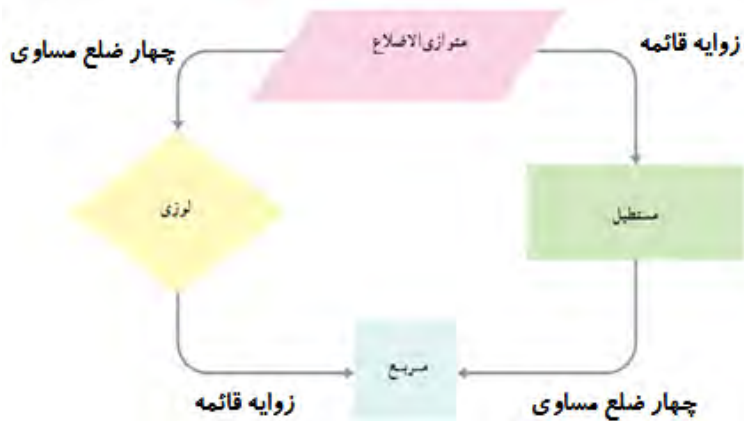
دوزنقه چهارضلعی است که فقط دو ضلع آن با هم موازیند.

۳- می دانیم "در هر متوازی الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می کنند."

آیا می توانیم نتیجه بگیریم "در هر لوزی هم قطرها یکدیگر را نصف می کنند"؟ چرا؟

کار در کلاس:

۱- با توجه به نمودار رو به رو، درستی یا نادرستی هر یک از جملات زیر را بررسی کنید.



(الف) هر مربع یک متوازی الاضلاع است.

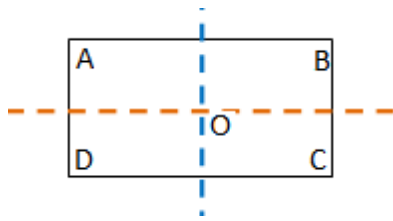
(ب) هر متوازی الاضلاع یک مربع است.

(ج) هر مستطیل دو ضلع نامساوی دارد.

(د) هر مستطیل یک مربع است.

(ه) هر مربع یک لوزی است.

(و) هر متوازی الاضلاع دو زوایه تند دارد.



۲- روی یک کاغذ، مستطیلی دلخواه رسم کنید و با جدا کردن محیط آن از کاغذ یک مستطیل کاغذی بسازید. مستطیل کاغذی را مانند شکل نام گذاری کنید و آن را ابتدا روی یکی از خط های تقارن و سپس روی خط تقارن دیگر تا کنید.

(رسم محترم مراحل تا کردن طراحی شود لطفا)

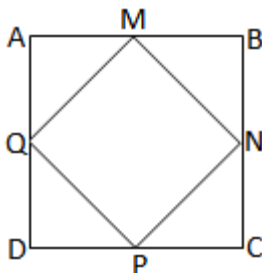
مانند نمونه توضیح دهید که شکل به دست آمده چگونه هر یک از خاصیت های مستطیل را نشان می دهد.

• در مستطیل قطرها یکدیگر را نصف می کنند، چون OA روی OC و OB روی OD قرار گرفته است.

الف) در مستطیل همه زاویه ها با هم برابرند، چون

ب) در مستطیل ضلع های رو به رو مساویند، چون

ج) در مستطیل قطرها با هم برابرند، چون



۳- در یک طرح کاشیکاری، مربعی مانند مربع ABCD دیده می شد.

چهارضلعی MNPQ هم با وصل کردن وسط ضلع های آن تشکیل شده بود.

دو دانش آموز سعی کردند بفهمند MNPQ چه نوع چهارضلعی ای است. نظر این دو دانش آموز در این جا آمده است:

هادی

ABCD مربع است.
آن را روی دو قطر آن که محور تقارن نیز هستند، تا می کنیم.
همه زاویه های چهارضلعی MNPQ روی هم می افتند.
پس این چهارضلعی مستطیل است.

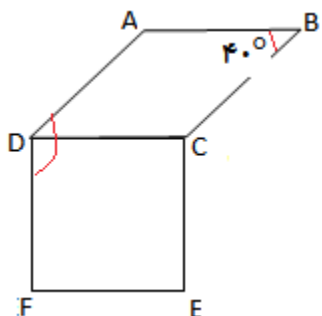
مبین

ABCD مربع است.
آن را روی دو خط تقارنی که موازی ضلع های آن هستند، تا می کنیم.
همه ضلع های چهارضلعی MNPQ روی هم می افتند.
پس این چهارضلعی لوزی است.

دلایل هر دو را بخوانید و بنویسید چگونه به کمک این دو نوشته می توان نتیجه گرفت MNPQ مربع است.

تمرین:

-۱



چهارضلعی ABCD لوزی و چهارضلعی DCEF لوزی است.

الف) چرا $\overline{AD} = \overline{CF}$ ؟

ب) چرا $AB \parallel EF$ ؟

ج) زاویه D چند درجه است؟

۲- روی یک کاغذ، لوزی دلخواهی رسم کنید و

با جدا کردن محیط آن از کاغذ یک لوزی کاغذی بسازید.

لوزی کاغذی را روی دو خط تقارنش تا کنید.

به کمک شکل به دست آمده خاصیت های مربوط به قطرهای لوزی را توضیح دهید.

۳- وسط ضلع های یک مستطیل را به ترتیب به هم وصل می کنیم، چهارضلعی به دست آمده چه نوع چهارضلعی ای است؟ روش حلتان

را توضیح دهید.

۴- هر مورد را بخوانید و درستی یا نادرستی آن را بررسی کنید.

الف) هر مربع، یک مستطیل است.

ب) هر مستطیل، یک مربع است.

ج) قطرهای هر مستطیل با هم مساوی اند.

د) قطرهای هر لوزی با هم مساوی اند.

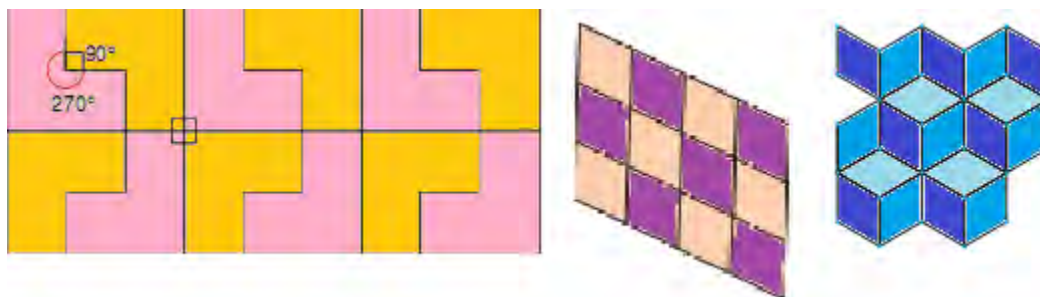
ه) قطرهای هر مستطیل بر هم عمودند.

و) قطرهای هر لوزی بر هم عمودند.

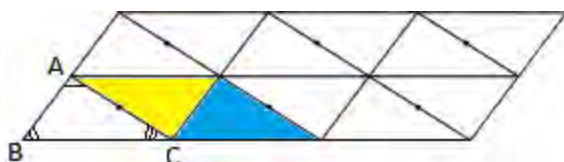
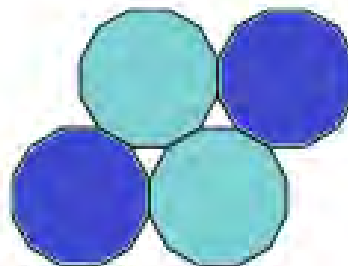
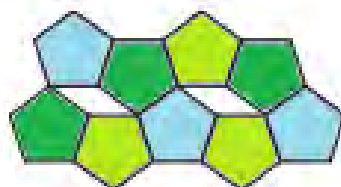
زاویه های داخلی

فعالیت:

- ۱- در کاشی کاری، کاشی ها طوری کنار هم قرار می گیرند که روی هم نیفتند و جای خالی هم بین آن ها نباشد. در اینجا چند نمونه کاشی کاری را مشاهده می کنید که هر کدام تنها با یک جور کاشی انجام شده است.



حالا به شکل های زیر توجه کنید. چرا این شکل ها نمونه ای از کاشی کاری نیستند؟



- ۲- سطح مقابل با مثلث هایی هم نهشت با مثلث ABC کاشی کاری شده است.

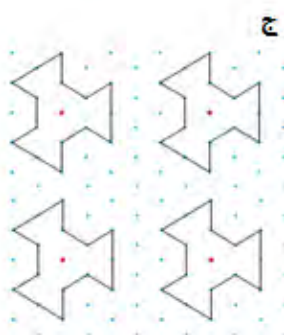
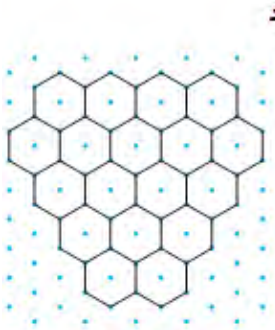
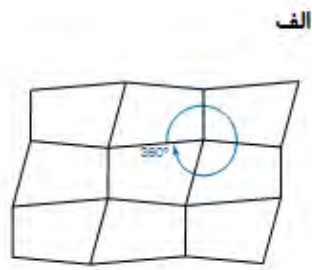
مثلث آبی انتقال یافته مثلث ABC است،

مثلث زرد دوران یافته مثلث ABC است.

زاویه های متناظر با هریک از زاویه های مثلث ABC را در این دو مثلث مشخص کنید.

- ۳- در شکل کاشی کاری فعالیت قبل قسمتی را پیدا کنید که نشان می دهد: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$.

کاردر کلاس:



۱- در کدام شکل کاشی کاری انجام نشده است؟

۲- یک مثلث دلخواه رسم کنید و به کمک کاغذ پوستی

۷ مثلث دیگر هم نهشت با آن رسم کنید.

زاویه های مساوی در این مثلث ها را با علامتگذاری

مشخص کنید.

دور مثلث ها را با قیچی ببرید و یک صفحه را

مانند فعالیت (۲) صفحه قبل با این مثلث ها کاشی

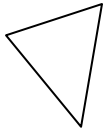
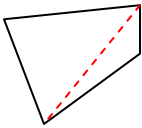
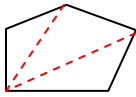
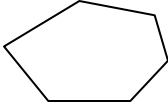
کاری کنید.

قسمتی از شکل را پیدا کنید که نشان دهد

مجموع زاویه های یک مثلث 180° درجه است.

فعالیت:

۱- زاویه هایی که درون یک چندضلعی قرار دارند، زاویه های داخلی آن چندضلعی نامیده می شوند.

تعداد ضلع ها	شکل	تعداد مثلث ها	مجموع زاویه های داخلی
۳		۱	$1 \times 180^\circ = 180^\circ$
۴		۲	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
۵		$..... \times 180^\circ =$
۶		$..... \times 180^\circ =$

مجموع زاویه های داخلی یک مثلث 180° درجه است.

جدول مقابل نشان می دهد مجموع زاویه های

داخلی یک چهارضلعی برابر مجموع زاویه های

داخلی دو تا مثلث است پس برابر است با 360° .
الف) با کامل کردن جدول، مجموع زاویه های داخلی چندضلعی های دیگر را به دست آورید.

ب) فکر می کنید مجموع زاویه های داخلی

یک هفت ضلعی چند درجه است؟

یک هشت ضلعی چطور؟ چرا؟

ج) عبارت جبری زیر را طوری کامل کنید که نشان دهنده مجموع زاویه های داخلی یک n ضلعی باشد.

$$\text{مجموع زاویه های داخلی یک } n \text{ ضلعی} = (..... -) \times 180^\circ$$

۲- اکنون با کامل کردن جدول مقابل اندازه هر یک از زاویه های

داخلی چندضلعی های منتظم مورد نظر را پیدا کنید.

یک عبارت جبری بنویسید که نشان دهنده اندازه هر یک از

زاویه های یک n ضلعی منتظم باشد.

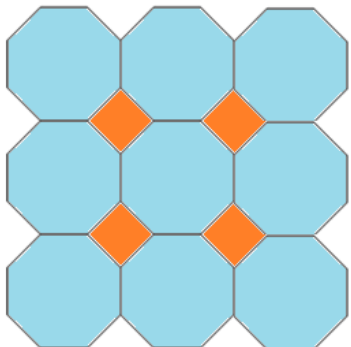
تعداد ضلع ها	مجموع زاویه های داخلی	اندازه هر زاویه
۳	180°	$\frac{180}{3} = 60^\circ$
۴	360°	
۵	
۶	$\frac{720}{6} = 120^\circ$

کاردر کلاس:

۱- مجموع زاویه های هریک از چندضلعی های زیر را محاسبه کنید:

الف) هفت ضلعی منتظم (ب) دوازده ضلعی منتظم

۲- به کمک حاصل به دست آمده در قسمت (ب) سوال قبل، حساب کنید اندازه هر یک از زاویه های دوازده ضلعی منتظم چند درجه است.

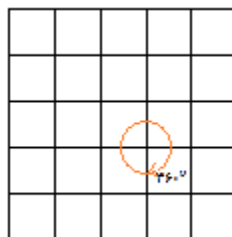
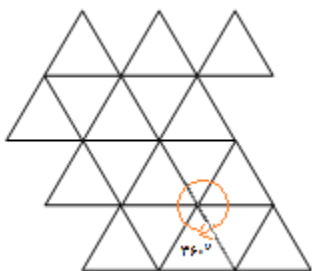


۳- سطح مقابل با دو نوع کاشی منتظم کاشی کاری شده است.

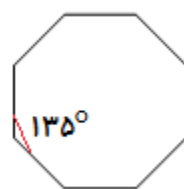
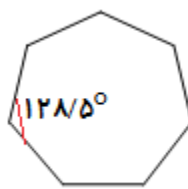
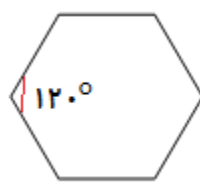
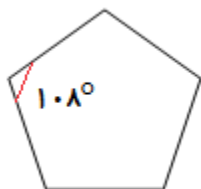
اندازه هر یک از زاویه های هر دو نوع کاشی را محاسبه کنید.

۴- کاشی هایی به شکل چندضلعی های منتظم داریم و می خواهیم سطحی را فقط با یک نوع از آن ها کاشی کاری کنیم.

شکل های زیر نشان می دهند که با سه ضلعی و چهارضلعی منتظم (یعنی مثلث متساوی الاضلاع و مربع) می توان کاشی کاری کرد.



یک کاشی منتظم دیگر پیدا کنید که با آن بتوان کاشی کاری کرد.



تمرین:

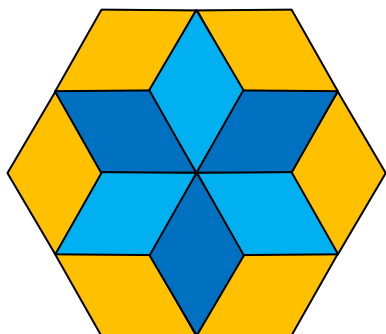
۱- اندازه هر یک از زاویه های یک بیست ضلعی منتظم را پیدا کنید.

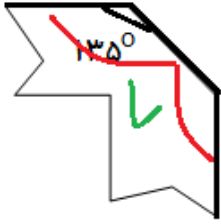
۲- شکل مقابل کاشی کاری زیبایی را نشان می دهد که تنها

یک نوع کاشی در آن به کار رفته است.

الف) این کاشی چه نوع چهارضلعی ای است؟

ب) اندازه هریک از زاویه های آن چقدر است؟



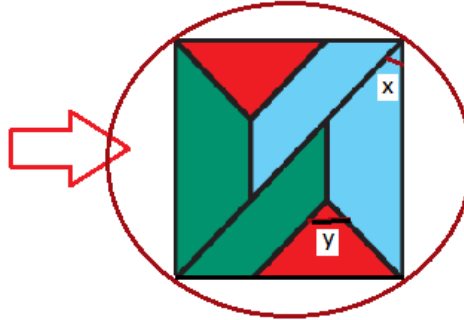
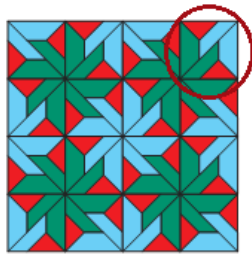


۳- شکل مقابل قسمتی از یک بشقاب قدیمی است. حدس می‌زنید این بشقاب چندضلعی بوده است؟

۴- به کاشی کاری زیر توجه کنید. این کاشی کاری با سه نوع کاشی مختلف انجام شده است.

شکل سمت راست قسمتی از این طرح را به صورت بزرگ تر نمایش داده است.

اندازه های زاویه های مشخص شده را به دست آورید.



۳- یک چهارضلعی دلخواه رسم کنید و به کمک کاغذ پوستی

۸ چهارضلعی دیگر هم نهشت با آن رسم کنید.

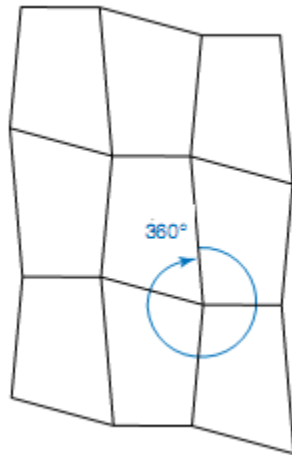
زاویه های مساوی در این چهارضلعی ها را با علامتگذاری

مشخص کنید.

حالا سعی کنید مانند شکل روبه رو،

سطحی را با این ۹ چهارضلعی، کاشی کاری کنید.

فکر می کنید با هر چهارضلعی دلخواه می توان کاشیکاری کرد؟



۵- به چندضلعی ای که همه زاویه های آن کم تر از ۱۸۰ درجه باشد، چندضلعی محدب و

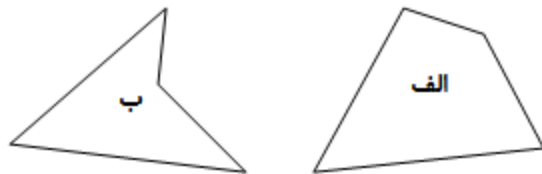
به چندضلعی ای که دست کم یک زاویه آن بیش تر از ۱۸۰ درجه است،

چندضلعی مقعر گفته می شود.

مثلا چهارضلعی (الف) محدب و چهارضلعی (ب) مقعر است.

(الف) یک چندضلعی محدب رسم کنید.

(ب) مجموع زاویه های داخلی آن را به دست آورید.



۶- یک متوازی الاضلاع را طوری رسم کردیم که یکی از زاویه هایش قائمه باشد.

(الف) توضیح دهید چرا زاویه های دیگر آن هم حتما قائمه اند.

(ب) پاسختان را با پاسخی که به کاردرکلاس (۳) صفحه () داده اید، مقایسه کنید.

زاویه های خارجی

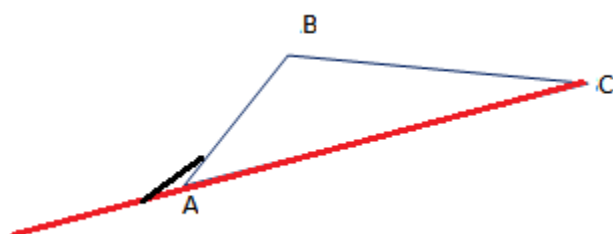
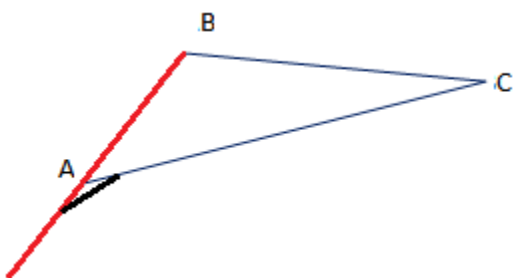
فعالیت:

زاویه هایی که در هر راس یک چند ضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می شود، **زاویه خارجی** آن نامیده می شود.

در شکل سمت چپ زاویه خارجی راس A از مثلث ABC با امتداد دادن ضلع AB تشکیل شده است.

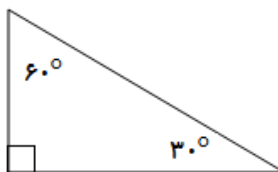
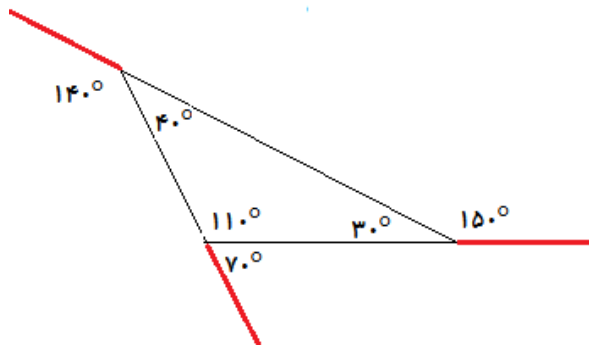
در شکل سمت راست زاویه خارجی راس A با امتداد دادن ضلع AC تشکیل شده است.

چرا این دو زاویه مساویند؟



کاردر کلاس:

۱- الف) مانند نمونه در هر یک از مثلث های زیر زاویه خارجی هر سه راس را رسم کنید و اندازه هر کدام را بنویسید.



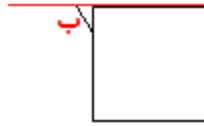
ب) مجموع زاویه های خارجی هر یک از مثلث ها را پیدا کنید. چه رابطه ای میان آن ها دیده می شود؟

۲- اندازه زاویه های خواسته شده را پیدا کنید.

این پنج ضلعی منتظم است.



این چهارضلعی منتظم است.



این مثلث منتظم است.



این مثلث متساوی الساقین است.



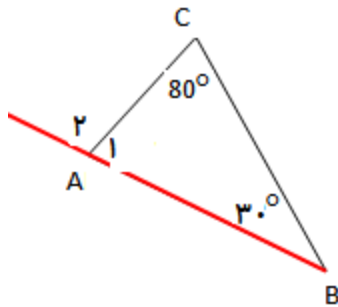
این چهارضلعی متوازی الاضلاع است.



فعالیت:

هدی مشغول حل کردن تمرین های هندسه بود.

او برای یافتن زاویه خارجی یکی از راس های مثلث به ترتیب زیر عمل کرد:



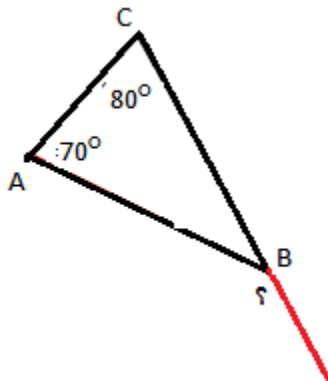
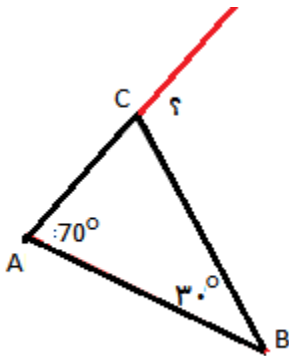
$$\hat{A}_1 = 180 - (30 + 80) = 180 - 110 = 70^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 180 - 70 = 110^\circ$$

او الگوی جالبی مشاهده کرد! آیا می توانید حدس بزنید چه الگویی؟

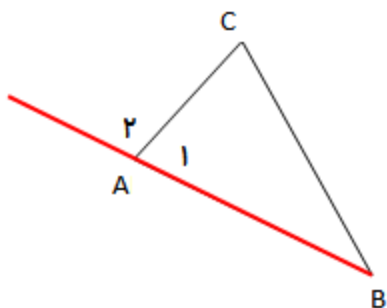
او با خودش فکر کرد "آیا هر زاویه خارجی مثلث برابر است با مجموع دو زاویه داخلی دیگر آن مثلث؟"

او سعی کرد با چند مثال حدسش را آزمایش کند. شما هم اندازه زاویه های خارجی مجهول را بیابید.



آزمایش ها حدس او را تایید می کرد اما برای آن که نتیجه بگیرد که این حدس همیشه درست است، کافی نبود.

یکی از دوستانش مطالب زیر را برای اثبات درستی این حدس در حالت کلی نوشت:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$$

این نوشته چه چیزی را بیان می کند؟


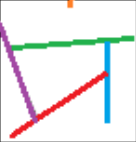


کاردرکلاس:

۱- آیا می توان گفت " هر زاویه خارجی یک چهارضلعی هم برابر مجموع سه زاویه داخلی دیگر آن است. " ؟
(اگر پاسخ تان **بله** است، ثابت کنید و اگر پاسختان **خیر** است، یک مثال بزنید که نشان دهد این عبارت نادرست است.)

۲- اندازه دو زاویه یک مثلث را می دانیم، پس می توانیم اندازه زاویه سوم را پیدا کنیم. (چگونه؟)
پس با معلوم بودن اندازه دو زاویه از هر مثلث می توانیم اندازه همه زاویه های آن را به دست آوریم.
برای آن که بتوانیم اندازه همه زاویه های هر یک از شکل های زیر را پیدا کنیم، لازم است دست کم چند تا از آن ها معلوم باشند؟
الف) لوزی ب) چهارضلعی با ضلع های نامساوی

فعالیت:

جدول زیر نشان می دهد مجموع زاویه های خارجی

تعداد ضلع ها	شکل	مجموع زاویه های داخلی	مجموع زاویه های داخلی و خارجی	مجموع زاویه های خارجی
۳		$1 \times 180^\circ$	$3 \times 180^\circ$	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
۴		$2 \times 180^\circ$	$\dots \times 180^\circ$	$2 \times 180^\circ = \dots$
۵		$\dots \times 180^\circ$	$\dots \times 180^\circ$	$\dots \times 180^\circ = \dots$
۶		$\dots \times 180^\circ$	$\dots \times 180^\circ$	$\dots \times 180^\circ = \dots$

یک مثلث برابر 360° درجه است.
الف) جدول را کامل کنید و مجموع زاویه های خارجی

شکل های بعدی را به دست آورید.

ب) فکر می کنید مجموع زاویه های خارجی یک هفت ضلعی چند درجه است؟
یک هشت ضلعی چطور؟ چرا؟

ج) توضیح دهید نوشته زیر چه مطلبی را نشان می دهد.

$$\left. \begin{aligned} n \times 180^\circ &= \text{مجموع زاویه های داخلی و خارجی } n \text{ ضلعی} \\ (n-2) \times 180^\circ &= \text{مجموع زاویه های داخلی } n \text{ ضلعی} \\ &= n \times 180^\circ - 2 \times 180^\circ \end{aligned} \right\} 2 \times 180^\circ = \text{مجموع زاویه های خارجی } n \text{ ضلعی}$$

کاردرکلاس:

۱- مجموع زاویه های خارجی هر یک از چندضلعی های زیر را حساب کنید.

الف) هشت ضلعی ب) ده ضلعی منتظم

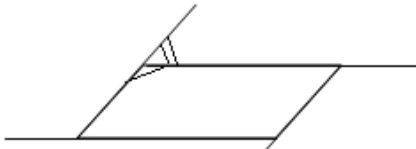
۲- به کمک پاسخ قسمت (ب) سوال قبل،

الف) اندازه هر زاویه خارجی یک ده ضلعی منتظم را پیدا کنید .

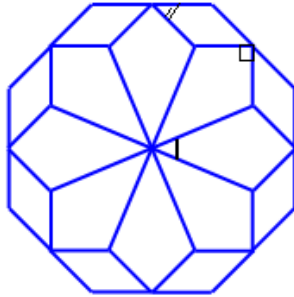
ب) سپس با استفاده از آن اندازه هر زاویه داخلی یک ده ضلعی منتظم را بیابید.

تمرین:

۱- زاویه های خارجی یک متوازی الاضلاع در شکل نشان داده شده اند. زاویه های مساوی را با علامت گذاری مشخص کنید.



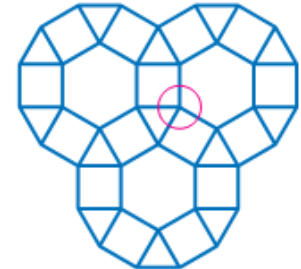
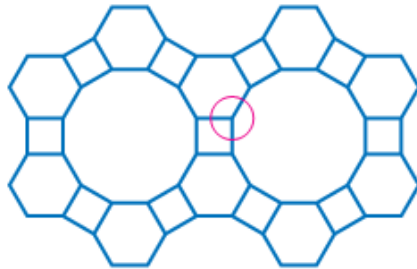
۲- کاشی کاری مقابل با دو نوع کاشی انجام شده است. اندازه زاویه های مشخص شده را پیدا کنید و بنویسید.



۳- هر یک از طرح های کاشی کاری زیر با استفاده از سه نوع کاشی منتظم طراحی شده اند. با محاسبه زاویه های داخلی هر کاشی منتظم نشان دهید زاویه مشخص شده در هر شکل ۳۶۰ درجه است.

ب

الف

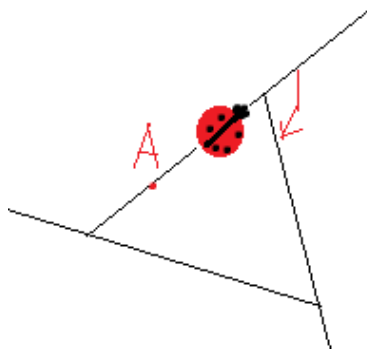


۴- لاک پشتی روی لبه باغچه ای حرکت می کند. او در هر گوشه می چرخد و روی لبه بعدی قرار می گیرد.

(الف) او در هر گوشه به اندازه زاویه داخلی می چرخد یا زاویه خارجی؟

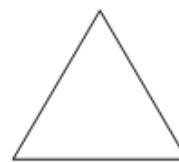
(ب) او حرکتش را از نقطه A شروع کرده است.

تا وقتی دوباره به A برگردد روی هم چند درجه می چرخد؟



(ج) این لاک پشت برای یک دور پیمودن محیط هر یک از باغچه های منتظم زیر چند درجه می چرخد؟

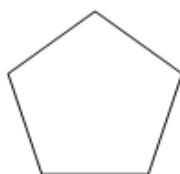
الف



ب



ج



د



(د) در پاسخ قسمت قبل چه الگویی مشاهده می کنید؟ توضیح دهید.