



## دانش آموزان در مورد اعداد منفی چگونه می اندیشند؟

فرزانه راشدی<sup>۱</sup>، ابراهیم ریحانی<sup>۲</sup> و فریده حمیدی<sup>۳</sup>

دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده ی علوم پایه  
f.rashedi67@yahoo.com

### چکیده

تفسیر اندازه و جهت اعداد منفی در ذهن دانش آموزان مهم ترین مرحله در یادگیری مفهوم اعداد منفی می باشد. در این پژوهش تصور و درک دانش آموزان از مفهوم عدد منفی مورد بررسی قرار گرفته است. پژوهش حاضر به روش کیفی پیمایشی انجام شده است. جامعه آماری شامل کلیه دانش آموزان دختر دوم راهنمایی شهرستان قرچک ورامین بود که از این تعداد 34 نفر به عنوان نمونه اولیه و به روش نمونه گیری در دسترس انتخاب شدند. ابزار اندازه گیری در پژوهش حاضر، پرسشنامه ای است که براساس پرسشنامه ی "بوفردینگ" طراحی گردید. نتایج تحقیق نشان داد که دانش آموزان با این که از قوانین حاکم بر علامت ها آگاهی دارند اما در حل مسائل قادر به پیاده سازی دانسته های خود نیستند. همچنین بعد از این که ضرب و تقسیم اعداد صحیح به دانش آموزان تدریس می شود، دانش آموزان از عملگر ضرب برای علامت ها در جمع و تفریق استفاده می کنند. اکثریت دانش آموزان، تفاوت بین بزرگی و اندازه ی دو عدد صحیح را درک می کنند و مسائل مقایسه ی دو عدد صحیح را به درستی حل می کنند. دانش آموزان، اغلب اعداد را به دودسته تقسیم می کنند. دسته ی اول، همه ی اعداد را مثبت فرض کرده و صفر را کوچکترین عدد در نظر می گیرند و دسته ی دوم اعداد منفی را کوچکتر از مثبت ها و بزرگتر از صفر در نظر می گیرند، ولی قادر به مرتب کردن اعداد منفی نیستند. همچنین دانش آموزان عدد نزدیکتر به 10 و نزدیکتر به صفر را نسبتا خوب تشخیص می دهند ولی در تشخیص عدد نزدیکتر به صفر که نسبت به مبدا مطرح شده، عملکرد بهتری داشتند.

واژه های کلیدی: درک دانش آموزان، اعداد صحیح، اعداد منفی، دانش آموزان دوم راهنمایی.

### 1- مقدمه

برای درک مفاهیم ریاضیات و همچنین برای درک بهتر سایر علوم لازم است تا دانش آموزان با مفهوم عدد منفی آشنا باشند و آن را به خوبی درک کنند. تقریبا وقتی یک مسئله مطرح می شود، استفاده از عملیات اعداد منفی مورد نیاز است. این در حالی است که بسیاری از تحقیقات در آموزش ریاضی نشان می دهند که دانش آموزان در دوره های مختلف تحصیلی مشکلات مفهومی زیادی در ارتباط با اعداد منفی دارند.

کیلهمان<sup>۴</sup> (2008)، معتقد است که مفهوم اعداد منفی یک مفهوم انتزاعی است که فقط از طریق استدلال نمادین درک می شود. او همچنین نشان می دهد که تکیه کردن روی استدلال استعاری<sup>۵</sup> با استفاده از یک مدل کافی نیست و استدلال استعاری وقتی مفید است که دانش آموز از محدودیت های مدل آگاه باشد. وی معتقد است علت این که دانش آموزان اعداد منفی

1- دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

2- استادیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، e\_reyhani@srutu.edu

3- استادیار گروه روانشناسی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، fhamidi@srutu.edu

<sup>4</sup> - Kilhamn

<sup>5</sup> - Metaphorical reasoning



را دشوار می‌یابند به دلیل انتزاعی بودن این اعداد و عدم ارتباط با جهان واقعی است [1]. در واقع اگر دانش‌آموزان در زندگی روزمره خود با این اعداد برخورد کنند به درک بهتر آن‌ها کمک می‌کند.

مولیتوریسوا<sup>1</sup> (2009)، بر این باور است، یکی از دلایلی که دانش‌آموزان با اعداد منفی مشکل دارند این است که فرصت کمی برای برخورد با این اعداد در زندگی واقعی خود دارند. در واقع او می‌خواهد با استفاده از تاریخ ریاضیات از مشکلاتی که دانش‌آموزان برای درک اعداد منفی دارند جلوگیری کند [2]. بوفر دینگ<sup>2</sup> (2009)، معتقد است که بعد از اینکه دانش‌آموزان چند بار با مسائل شامل اعداد منفی برخورد می‌کنند، می‌توانند استدلال کنند. او همچنین بیان می‌کند که ما باید بدانیم کی و کجا اعداد صحیح را به دانش‌آموزان معرفی کنیم تا آنها به درک بهتری از این اعداد برسند [3]. نونز<sup>3</sup> (1999)، نقش بازنمایی‌ها را در درک اعداد منفی به دو صورت کتبی و شفاهی بررسی کرد و به این نتیجه رسید که گروهی که مسائل را به صورت شفاهی حل می‌کردند به طور قابل توجهی بهتر از کسانی بودند که از بازنمایی‌های نوشتاری استفاده می‌کردند. نونز به این نتیجه رسید که بازنمایی‌های کتبی علت بسیاری از بدفهمی‌ها بود [4]. تحقیقات زیادی انتزاعی بودن مفهوم عدد منفی را دلیل بدفهمی دانش‌آموزان می‌دانند [1]، [2]، [3]، [4].

لینچوسکی<sup>4</sup> و ویلیامز<sup>5</sup> (1999)، یک روش آموزشی طراحی کردند که در آن مفاهیم عملیاتی موجب مفاهیم ساختاری می‌شود مانند زمانی که فرایند تفریق منجر به مفهوم عدد منفی می‌شود و بر رویکرد مدلسازی و رویکرد جبری در آموزش ریاضیات تاکید می‌کنند. آن‌ها مدلسازی را به عنوان انتقال دانش خارج از مدرسه به ریاضیات مدرسه در نظر می‌گیرند و در مورد فرصت‌ها و مشکلاتی که دانش‌آموزان در مورد مفهوم عدد منفی دارند بحث می‌کنند. ویلیامز نتیجه می‌گیرد که مفهوم اعداد منفی تنها زمانی که دانش‌آموزان آماده‌ی رویارویی با توجیحات ریاضی هستند باید به آن‌ها آموزش داده شود [5]. گالاردو<sup>6</sup> (2005)، نشان داد که در طول فرایند انتقال از حساب به جبر است که تجزیه و تحلیل دانش‌آموزان از اعداد منفی معنی‌دار می‌شود. در طول این مرحله دانش‌آموزان با مسائلی روبرو می‌شوند که اعداد منفی را به عنوان ضرایب، ثابت‌ها یا پاسخ دارند [6]. در واقع مفهوم اعداد منفی باید زمانی که دانش‌آموزان آمادگی لازم برای درک آن را دارند به آن‌ها تدریس شود. پلد<sup>7</sup> و رزنیک<sup>8</sup> (1989)، در طی مصاحبه‌هایی که با دانش‌آموزان مقطع راهنمایی انجام دادند، متوجه شدند که اکثر دانش‌آموزان، نسبت به درک مفهوم اعداد منفی دچار مشکل هستند. آن‌ها اغلب دو نوع استراتژی را درباره‌ی یک تفاضل "7-5" به کار می‌بردند. اول این‌ها وارون آن را در نظر می‌گرفتند. یعنی عبارت "5-7" را حل می‌کردند و دیگر این‌ها معتقد بودند، چیزی از تفاضل "7-5" باقی نمی‌ماند. به عبارت دیگر گمان می‌کردند که "7-5=0" است [7].

نظری (1391)، معتقد است که اکثر دانش‌آموزان سال اول متوسطه در مبحث اعداد منفی و مباحث مرتبط با آن بدفهمی دارند. به طوری که این بدفهمی‌ها سبب شکل‌گیری طرحواره‌های ناقص دیگر در ذهن آن‌ها می‌شود و در نتیجه موجب شکست دانش‌آموزان در حل مسئله می‌شود. همچنین، وی نشان داد که یکی از مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل مرتبط با اعداد منفی، عدم توانایی در به‌کارگیری قوانین حاکم بر علامت‌ها می‌باشد [8]. بیشاپ<sup>9</sup> (2009)، یک پژوهش برای شناسایی و دسته‌بندی مفاهیم عدد صحیح دانش‌آموزان و عملیات روی اعداد صحیح انجام داد و به این نتیجه رسید که بسیاری از دانش‌آموزان با مشکلات مختلفی هنگام استدلال در مورد اعداد منفی برخورد می‌کنند برای نمونه، یکی از دانش‌آموزان توضیح داد، که اعداد منفی واقعاً عدد نیستند، آن‌ها درست مانند اعداد دیگر عمل می‌کنند به جز این‌ها که یک علامت منفی در مقابل

<sup>1</sup> - Molitorisova

<sup>2</sup> - Bofferding

<sup>3</sup> - Nunes

<sup>4</sup> - Linchevski

<sup>5</sup> - Williams

<sup>6</sup> - Gallardo

<sup>7</sup> - Peled

<sup>8</sup> - Resenick

<sup>9</sup> - Bishop



آن‌ها وجود دارد [9]. علی‌رغم تاکید فراوان بر اهمیت نقش اعداد منفی در ریاضیات تحقیقات بسیاری در زمینه آموزش ریاضی نشان می‌دهند که دانش‌آموزان در درک و فهم این اعداد در همه‌ی سطوح تحصیلی با مشکل مواجه می‌شوند ([7], [8], [9]). نکته‌ی قابل توجه این است که وجود پنداشته‌های غلط ریاضی دارای ریشه‌ای تاریخی است و نه تنها دانش‌آموزان بلکه ریاضی‌دانان مشهور نیز در طول تلاش‌های علمی خود دچار تناقض‌ها و بدفهمی‌هایی شده‌اند. با معرفی اعداد منفی، برخی از ریاضی‌دانان از پذیرش آن خودداری می‌ورزیدند، اتفاقاً با شروع آموزش اعداد منفی، بسیاری از دانش‌آموزان دچار این قبیل مشکلات می‌شوند [10].

به نظر می‌رسد عوامل متعددی از جمله، نوع آموزش ریاضی دانش‌آموزان، مطالبی که در کتاب‌های درسی‌شان مرتبط با اعداد صحیح بیان شده است، دیدگاه معلمان ریاضی، شرایط و محیط آموزشی، برنامه‌ی درسی و عوامل دیگری می‌توانند علت این تفاوت عملکرد دانش‌آموزان باشند. در پژوهش حاضر نیز هدف، بررسی درک دانش‌آموزان پایه‌ی دوم راهنمایی از مفهوم عدد منفی می‌باشد.

## 2- روش تحقیق

مطالعه‌ی اخیر، با استفاده از روش‌های کیفی و کمی انجام شده است. به منظور جمع‌آوری اطلاعات مورد نیاز، از پرسشنامه‌ای استفاده شد که منطبق با هدف اصلی پژوهش، بررسی درک دانش‌آموزان پایه‌ی دوم راهنمایی از مفهوم عدد منفی است. روایی محتوایی پرسشنامه توسط 3 نفر از اساتید صاحب نظر در آموزش ریاضی و همچنین توسط 2 نفر از معلمان ریاضی دوره‌ی راهنمایی مورد تایید قرار گرفت. جامعه آماری شامل کلیه دانش‌آموزان دختر دوم راهنمایی شهرستان قرچک ورامین بود که از این تعداد 34 نفر به عنوان نمونه اولیه و به روش نمونه‌گیری در دسترس انتخاب شدند، که مبحث اعداد منفی قبلاً به آن‌ها تدریس شده بود. پس از بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان، تجزیه تحلیل انجام شد. کدگذاری پاسخ‌ها با اندکی جرح و تعدیل بر اساس مطالعه‌ی نظری [8] و روش تجزیه و تحلیل پاسخ‌ها براساس پژوهش بوفردینگ [3] انجام شده است. پاسخ‌های دانش‌آموزان به سوالات پرسشنامه مطابق جدول 1 دسته بندی شده است.

جدول 1- اختصاص کدها و دسته بندی پاسخ‌های دانش‌آموزان

| شماره کد | بدون پاسخ | درست | غلط | قابل تفسیر | درک نکردن سوال |
|----------|-----------|------|-----|------------|----------------|
| نوع پاسخ | 0         | 1    | 2   | 3          | 4              |

کد 0: هیچ پاسخی به سوال داده نشده نبود.

کد 1: به تمام گزینه‌های سوال پاسخ درست داده شده بود.

کد 2: به تمام گزینه‌های سوال پاسخ نادرست داده شده بود.

کد 3: در جاهای خالی اعدادی قرار داده شده بود که ناشی از تداخل جمع با ضرب یا مواردی از این قبیل بود.

کد 4: دانش‌آموز صورت سوال را به درستی درک نکرده بود. یعنی به جای اینکه تمام موارد را بررسی کند یکی از گزینه‌ها را علامت زده بود.

## 3- یافته‌های تحقیق

در این قسمت با بررسی پاسخ‌های ارائه شده توسط دانش‌آموزان اطلاعات جمع‌آوری شده در خصوص هدف پژوهش ارائه می‌شود. به دلیل محدودیت تعداد اندکی از پاسخ‌های دانش‌آموزان به عنوان نمونه ذکر شده است. این پاسخ‌ها بدون دخل و تصرف ارائه شده‌اند. در جدول شماره 2، فراوانی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سوالات پرسشنامه ارائه شده است.



جدول 2- فراوانی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سوالات پرسشنامه

| کدسوال<br>شماره سوال | بدون<br>پاسخ | درست  | غلط   | قابل تفسیر | درک نکردن<br>سوال | مجموع |
|----------------------|--------------|-------|-------|------------|-------------------|-------|
| 1- الف               | فراوانی      | 3     | 8     | 13         | 10                | 34    |
|                      | درصد         | 8.82  | 23.53 | 38.24      | 29.41             | 100   |
| 1- ب                 | فراوانی      | 2     | 15    | 5          | 12                | 34    |
|                      | درصد         | 5.88  | 44.12 | 14.71      | 35.29             | 100   |
| 2                    | فراوانی      | 1     | 14    | 10         | 9                 | 34    |
|                      | درصد         | 2.94  | 41.18 | 29.41      | 26.47             | 100   |
| 3- الف               | فراوانی      | 2     | 19    | 0          | 8                 | 34    |
|                      | درصد         | 5.88  | 55.88 | 0          | 23.53             | 100   |
| 3- ب                 | فراوانی      | 2     | 19    | 0          | 8                 | 34    |
|                      | درصد         | 5.88  | 55.88 | 0          | 23.53             | 100   |
| 3- ج                 | فراوانی      | 2     | 20    | 0          | 7                 | 34    |
|                      | درصد         | 5.88  | 58.82 | 0          | 20.59             | 100   |
| 3- د                 | فراوانی      | 2     | 21    | 0          | 6                 | 34    |
|                      | درصد         | 5.88  | 61.76 | 0          | 17.65             | 100   |
| 4- الف               | فراوانی      | 4     | 24    | 1          | 2                 | 34    |
|                      | درصد         | 11.76 | 70.59 | 2.95       | 5.88              | 100   |
| 4- ب                 | فراوانی      | 4     | 20    | 1          | 6                 | 34    |
|                      | درصد         | 11.76 | 58.82 | 2.95       | 17.65             | 100   |
| 4- ج                 | فراوانی      | 5     | 20    | 0          | 6                 | 34    |
|                      | درصد         | 14.71 | 58.82 | 0          | 17.65             | 100   |
| 5- الف               | فراوانی      | 2     | 29    | 0          | 0                 | 34    |
|                      | درصد         | 5.88  | 85.30 | 0          | 0                 | 100   |
| 5- ب                 | فراوانی      | 1     | 22    | 0          | 9                 | 34    |
|                      | درصد         | 2.95  | 64.71 | 0          | 26.46             | 100   |
| 5- ج                 | فراوانی      | 2     | 21    | 0          | 9                 | 34    |
|                      | درصد         | 5.88  | 61.76 | 0          | 26.46             | 100   |
| 5- د                 | فراوانی      | 1     | 24    | 0          | 7                 | 34    |
|                      | درصد         | 2.95  | 70.58 | 0          | 20.60             | 100   |

با توجه به جدول 2، مشاهده می‌شود که تمامی دانش‌آموزان سوالات 1 و 2 را درک کرده‌اند و تعدادی از دانش‌آموزان در درک سوال 3، 4 و 5 با مشکل روبه‌رو شده‌اند. درصد پاسخ‌های درست دانش‌آموزان در سوال 5، از تمامی سوالات بیش‌تر است و در سوال 1، نسبت به بقیه سوالات درصد کمتری پاسخ درست داده‌اند. در این قسمت به تحلیل نتایج سوالات به تفکیک هر سوال می‌پردازیم.  
سوال اول:



در هر جای خالی عدد مناسب قرار دهید [11].

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad & -30 = \square + (-10) \\ \text{ب)} \quad & \square + (-1) = 6 \end{aligned}$$

همانطور که در جدول 2، مشاهده می‌شود درصد بالایی از دانش‌آموزان به این سوال پاسخ نادرست داده‌اند که هر کدام از پاسخ‌های غلط آنها می‌تواند ناشی از یک نوع بدفهمی باشد. در مجموع به مورد "الف"، 8 نفر از دانش‌آموزان پاسخ درست، 13 نفر پاسخ نادرست، 10 نفر پاسخ قابل تفسیر داده‌اند و 3 نفر پاسخ ندادند. از دانش‌آموزانی که پاسخ قابل تفسیر داده‌اند، 3 نفر عدد +40 و 7 نفر عدد +20 را به کار برده‌اند. در مورد "ب" دانش‌آموزان اعداد قابل تفسیر 7، 5- و 6- را قرار داده‌اند. در واقع این دانش‌آموز قانون ضرب علامتها را برای جمع دو عدد صحیح به کار برده است. با توجه به اینکه مبحث جمع و تفریق اعداد صحیح در سال اول راهنمایی به طور کامل تدریس شده و بچه‌ها عملکرد نسبتاً خوبی داشتند. به نظر می‌رسد چون ضرب و تقسیم نیز در سال دوم راهنمایی تدریس می‌شود، دانش‌آموزان قانون ضرب علامتها را به کار می‌برند. همچنین از بین مورد "الف" و "ب" درصد بیشتری از دانش‌آموزان گزینه‌ی "ب" را درست پاسخ داده‌اند و این نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در حل سوالات معکوس که مورد "الف" را شامل می‌شود، اشکال دارند.

سوال دوم :

اعداد صحیح زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید و سپس بزرگترین و کوچکترین عدد را مشخص کنید [3].

4 - 8, 0, 2, 4, 3, -5, 9

اگرچه در این سوال دانش‌آموزان عملکرد نسبتاً خوبی داشتند یعنی حدود 41.18 درصد به آن پاسخ درست دادند، ولی تعداد دانش‌آموزانی که جواب‌های قابل تفسیر به این سوال دادند نسبت به سوالات دیگر بیش‌تر است. دو نمونه از پاسخ‌های قابل تفسیر دانش‌آموزان در جدول 3، داده شده است.

جدول 3- برخی از پاسخ‌های قابل تفسیر دانش‌آموزان به سوال 2

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad & 9 \text{ و } 8 \text{ و } 5 - \text{ و } 4 - \text{ و } 3 \text{ و } 2 - \text{ و } 1 \\ \text{ب)} \quad & 1 - \text{ و } 2 - \text{ و } 3 - \text{ و } 4 - \text{ و } 5 - \text{ و } 6 - \text{ و } 7 - \text{ و } 8 - \text{ و } 9 - \end{aligned}$$

دانش‌آموزانی که اعداد را به صورت قابل تفسیر مرتب کرده بودند، به یکی از دو حالت "الف" و "ب" بود. مرتب‌سازی اعداد به صورت "الف" نشان می‌دهد که این دانش‌آموزان همه‌ی اعداد را مثبت تلقی می‌کنند و پاسخ‌های دانش‌آموزانی که به صورت "ب" است، نشان می‌دهد که این دانش‌آموزان صفر را کوچکترین عدد می‌دانند، و اعداد منفی را کوچکتر از مثبت‌ها می‌دانند، ولی اعداد منفی را به صورت نادرست مرتب کرده‌اند.

سوال سوم :

در هر گزینه کدام عدد بزرگتر است؟ دور آن خط بکشید و دلیل خود را بنویسید [3].

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad & 0 \text{ و } -5 \\ \text{ب)} \quad & 1 \text{ و } -9 \\ \text{ج)} \quad & 4 \text{ و } -4 \\ \text{د)} \quad & -1 \text{ و } -9 \end{aligned}$$



همان طور که از صورت سوال مشخص می شود، هریک از گزینه های "الف"، "ب"، "ج" و "د" حالت های متفاوت مقایسه ی دو عدد را نشان می دهد. در جدول 4، برخی از دلایل درست و نادرست ارائه شده توسط دانش آموزان به هر یک از این گزینه ها ارائه شده است.

جدول 4 - برخی از دلایل درست و نادرست دانش آموزان به سوال 3

| سوال 3      | انتخاب جواب | دلایل درست   | انتخاب جواب | دلایل نادرست  |
|-------------|-------------|--|-------------|---|
| الف) 5- و 0 | 0           | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ صفر از اعداد منفی بزرگتر است.</li> <li>▪ چون صفر نه کوچک است نه بزرگ.</li> <li>▪ عدد منفی از صفر کوچکتر و صفر از اعداد طبیعی کوچکتر است.</li> </ul>   | -5          | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ زیرا آن هایی که منفی به کار برده اند از صفر بزرگترند.</li> <li>▪ صفر از همه ی اعداد کوچکتر است.</li> <li>▪ زیرا صفر هیچ علامتی ندارد.</li> </ul> |
| ب) 9- و 1   | 1           | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ اعداد منفی از همه ی اعداد کوچکتر است.</li> <li>▪ مثبت ها از منفی ها بزرگترند.</li> </ul>  | -9          | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ هر چه به سمت منفی ها بریم عددها بزرگتراند.</li> </ul>  |
| ج) 4 و 4-   | 4           | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ هر چه به سمت مثبت ها برویم اعداد بزرگتر می شوند.</li> <li>▪ اعداد مثبت از منفی بزرگترند.</li> </ul>   | -4          | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ زیرا در محور اعداد منفی را از سمت چپ می خوانیم.</li> <li>▪ 4 و 4- مساوی اند.</li> </ul>  |
| د) 9 - و 1- | -1          | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ ارقامی که از دیگر عددها کوچکتر باشد، آن را بزرگتر می دانیم.</li> <li>▪ 9- به سمت پایین حرکت می کند.</li> <li>▪ چون 1- به مثبت ها و صفر نزدیکتر است.</li> <li>▪ هر چه از 1- به سمت اعداد صحیح منفی بزرگتر حرکت کنیم، اعداد کوچکتر می شود.</li> <li>▪ 9- کوچکترین عدد منفی یک رقمی است.</li> <li>▪ زیرا اعداد صحیح منفی هر چه بزرگتر شوند کوچکتراند.</li> </ul> | -9          | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ محور اعداد را از سمت راست به سمت چپ می خوانیم.</li> </ul>  |

دانش آموزانی که به این سوال جواب درست داده اند، اکثرا دلایل قابل قبولی ارائه کرده اند و دانش آموزان با دلایل نادرست اغلب تفاوت بین عدد مثبت و منفی را درک نکرده اند. برای نمونه یکی از دانش آموزان 4 و 4- را مساوی در نظر گرفته که همین دانش آموز در سوال 2، نیز همه ی اعداد را مثبت فرض کرده است و این حاکی از تطابق بالای پاسخ ها در سوال 2 و 3 است. همچنین دانش آموزانی که به مورد "ج" پاسخ نادرست و به سایر موارد پاسخ درست داده اند، به نظر می رسد تنها در مقایسه دو عدد منفی اشکال دارند.

سوال چهارم

در هر گزینه کدام عدد به 10 نزدیکتر است؟ دور آن خط بکشید و دلیل خود را بنویسید [3].

الف) 3 و 5

ب) 4- و 2

ج) 9- و 6



همانطور که یافته‌ها در جدول 2 نشان می‌دهد، دانش‌آموزان بین 60 تا 70 درصد به گزینه‌های این سوال پاسخ درست داده‌اند. در جدول 5، برخی از دلایل درست یا نادرست ارائه شده توسط دانش‌آموزان، آورده شده است.

جدول 5- برخی از دلایل درست و نادرست دانش‌آموزان به سوال 4

| سوال 4     | انتخاب جواب | دلایل درست   | انتخاب جواب | دلایل نادرست  |
|------------|-------------|--|-------------|---|
| الف) 3 و 5 | 5           | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ 3 خیلی از 10 کوچکتر است.</li> <li>▪ 5 نزدیکتر است زیرا 5 عدد مانده به 10</li> <li>▪ چون وقتی 3+ باشیم 7 تا می‌خواهیم تا برسیم به 10 اما اگر 5 باشیم فقط 5 تا می‌خواهیم تا به 10 برسیم.</li> </ul> | 3           | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ زیرا در ضرب 10 اعدای چون 5 نیز وجود دارد.</li> </ul>   |
| ب) 4- و 2  | 2           | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ 2 می‌تواند زیرا علامت + است.</li> <li>▪ زیرا عدد 2 از 4- بزرگتر است.</li> </ul>   | -4          | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ اعدادی که رقم آن‌ها کوچکتر باشد به 10 نزدیکتر است.. مانند منفی‌ها</li> <li>▪ 4 بزرگتر از 2 است، 2 علامتش مثبت است و هرچه به طرف - ها حرکت می‌کنیم - ها بزرگتراند.</li> </ul> |
| ج) 9- و 6  | 6           | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ زیرا منفی‌ها کوچکتر از مثبت‌ها هستند و مثبت‌ها به 10 نزدیکترند و عددی که علامت ندارد مثبت می‌گذاریم.</li> </ul>   | -9          | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ 9 یک دانه مانده به آخر</li> </ul>  |

دانش‌آموزانی که به این سوال پاسخ قابل تفسیر داده‌اند، همگی اعداد را مثبت فرض کرده‌اند و عدد بزرگتر را به 10 نزدیکتر فرض کرده‌اند.

سوال پنجم

در هر گزینه کدام عدد به صفر نزدیکتر است؟ دور آن خط بکشید و دلیل خود را بنویسید [3].

الف) 3 و 5

ب) 4- و 2

ج) 6 و 9-

د) 2- و 6-

باتوجه به جدول 2، مشاهده می‌شود که دانش‌آموزان بین 60 تا 80 درصد به موارد این سوال پاسخ درست داده‌اند که نسبت همه‌ی سوالات عملکرد بهتری داشته‌اند. همچنین مقایسه‌ی عملکرد دانش‌آموزان در قسمت‌های مختلف این سوال نشان می‌دهد که وقتی هر دو عدد مثبت باشد دانش‌آموزان عملکرد بهتری دارند. این سوال از نظر محتوی، مشابه سوال 5 می‌باشد با این تفاوت که نسبت به مبدا مطرح شده است. به نظر می‌رسد که این تفاوت اندک در پاسخ‌گویی هم شاید به خاطر این باشد که درک فاصله‌ی عدد نسبت به مبدا راحت‌تر باشد. نتایج حاصل از تحلیل این دو سوال، حاکی از تطابق بالای میان آن‌ها است.



#### 4- بحث و نتیجه‌گیری

همانطور که می‌دانیم بررسی درک و فهم دانش‌آموزان از مفاهیم موجود در کتاب‌های درسی و توانایی آن‌ها در استفاده از این مفاهیم می‌تواند مواردی را که شاید از نظر جامعه‌ی آموزشی مورد غفلت قرار گرفته است، به صورت مشکلات قابل توجهی آشکار نماید. هدف از این مطالعه بررسی درک دانش‌آموزان پایه‌ی دوم راهنمایی از مفهوم عدد منفی می‌باشد. نتایج تحقیق نشان داد که وقتی یک مسئله‌ی جمع و تفریق عدد صحیح به دانش‌آموزان داده می‌شود اگر پاسخ نهایی مدنظر باشد مانند قسمت "ب"، سوال اول، دانش‌آموزان عملکرد بهتری دارند نسبت به زمانی که همین مسئله به صورت معکوس مطرح شود. دانش‌آموزان اعداد صحیح را، اغلب به دو صورت مرتب کرده‌اند و این مرتب‌سازی نشان می‌دهد که یک دسته از دانش‌آموزان همه‌ی اعداد را مثبت تلقی می‌کنند و بدون توجه به علامت‌ها، همه‌ی اعداد را مانند اعداد طبیعی مرتب کرده‌اند. دسته‌ی دوم دانش‌آموزان صفر را کوچکترین عدد می‌دانند، و اعداد منفی را کوچکتر از مثبت‌ها می‌دانند، ولی اعداد منفی را به صورت نادرست مرتب کرده‌اند. یعنی در مرتب‌سازی اعداد منفی، همان قاعده‌ی اعداد مثبت را استفاده کرده‌اند.

در مورد مقایسه‌ی دو عدد صحیح دانش‌آموزانی که به این سوال جواب درست داده‌اند، اکثراً دلایل قابل قبولی ارائه کرده‌اند و دانش‌آموزان با دلایل نادرست اغلب تفاوت بین عدد مثبت و منفی را درک نکرده‌اند. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که اکثر دانش‌آموزان تفاوت بین بزرگی و اندازه دو عدد صحیح را درک کردند. دانش‌آموزان به دلایل جالبی برای انتخاب عدد مورد نظرشان اشاره کردند که این دلایل در جدول 3، آورده شده است. حدوداً 62 درصد دانش‌آموزان همه‌ی اعداد نزدیکتر به 10 را درست تشخیص دادند و 70.58 درصد، اعدادی که به صفر نزدیکتر بودند، درست تشخیص دادند. سوال 4 و 5 از نظر محتوی مشابه هم هستند با این حال دانش‌آموزان در سوال 5، که نسبت به مبدا مطرح شده است عملکرد بهتری داشتند.

یافته‌های این پژوهش با برخی از نتایج به دست آمده از مطالعه‌ی بوفردینگ [3] و همچنین مطالعه‌ی نظری [8] در ایران مطابقت دارد. این محققان در مطالعات خود به این نتیجه دست می‌یابند که اکثر دانش‌آموزان شرکت‌کننده در تحقیق آن‌ها در درک مفهوم اعداد منفی مشکل دارند. همچنین نظری در تحقیق خود به این نتیجه دست می‌یابد که یکی از مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل مرتبط با اعداد منفی، عدم توانایی در به کارگیری قوانین حاکم بر علامت‌ها می‌باشد. علاوه بر این در مطالعه‌ی بوفردینگ مشاهده می‌شود که 86 درصد دانش‌آموزان همه‌ی اعداد نزدیکتر به 10 را تشخیص دادند و همه به جز یک دانش‌آموز همه‌ی اعداد ی را که به صفر نزدیکتر بودند را دست تشخیص دادند که این مورد نیز با یافته‌های این پژوهش مطابقت دارد.

به نظر می‌رسد تاکید بر آموزش رویه‌ها و الگوریتم‌ها در تدریس باعث شده است که اکثر دانش‌آموزان در سطوح مختلف تحصیلی، با این‌که از قوانین حاکم بر علامت‌ها آگاهی دارند اما در حل مسائل قادر به پیاده‌سازی دانسته‌های خود نیستند. همچنین بعد اینکه ضرب و تقسیم اعداد صحیح به دانش‌آموزان تدریس می‌شود، دانش‌آموزان از عملکرد ضرب برای علامت‌ها در جمع و تفریق استفاده می‌کنند. با توجه به تحقیقات بسیار اندکی که در کشورمان درباره‌ی عدد صحیح و بررسی درک دانش‌آموزان در مورد این اعداد انجام شده است. لزوم پژوهش‌های بیشتر در این زمینه به خوبی حس می‌شود. موضوعاتی مانند اثر آموزش اولیه‌ی اعداد صحیح در جلوگیری از بدفهمی این اعداد، بررسی مبحث اعداد صحیح در کتاب‌های درسی و بررسی توانایی معلمان در تدریس اعداد صحیح می‌توانند در پژوهش‌های بعدی مورد مطالعه قرار گیرند.





## مراجع

- [1] Kilhamn, C., (2008), " Making sense of negative numbers through metaphorical reasoning", Göteborgs Universitet, 1-11.
- [2] Molitorisova, L., (2009), " Use of the history of negative numbers in education", Faculty of Mathematics, Physics & Informatics, Comenius University, Bratislava, Slovakia, 1 -7.
- [3] Bofferding, L., (2009), "Grappling with negative numbers: Uncertainty is progress", *Journal of Research in Mathematics Education*, 1 -12.
- [4] Nunes, T., (1999), " Young children's representations of negative numbers", Institute of Education - University of London, 19(2), 7 -12.
- [5] Linchevski, L., & Williams, J., (1999), "Using intuition from everyday life in 'filling' the gap in children's extension of their number concept to include the negative numbers", *Educational Studies in Mathematics*, 3<sup>9</sup>, 131-147
- [6] Gallardo, A., & Hernandez, A., (2005) , " The duality of zero in the transition from arithmetic to algebra", México, 17-24.
- [7] Kilhamn, C., (2011), " Making Sense of Negative Numbers", Göteborgs Universitet, Sweden, 11-279.
- [8] نظری، محمد جواد (1391). بررسی ریشه های بدفهمی های دانش آموزان سال اول متوسطه شهر قم در رابطه با اعداد منفی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده ی علوم ریاضی و کامپیوتر، تهران.
- [9] Bishop, J. P., Lamb, L. C., Philipp, R. A., Schappelle, B., & Whitacre, I., (2009), "An Investigation of Negative-Number Reasoning: The Case of Violet", San Diego State University, 1-11.
- [10] علم الهدایی، حسن (1388). اصول آموزش ریاضی، چاپ اول، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد.
- [11] فرزانه، مسعود و همکاران (1389). کتاب درسی ریاضی راهنمایی، شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران، وزارت آموزش و پرورش.