

کتاب راهنمای معلم ریاضی چهارم ابتدایی

فصل ۲

کسر

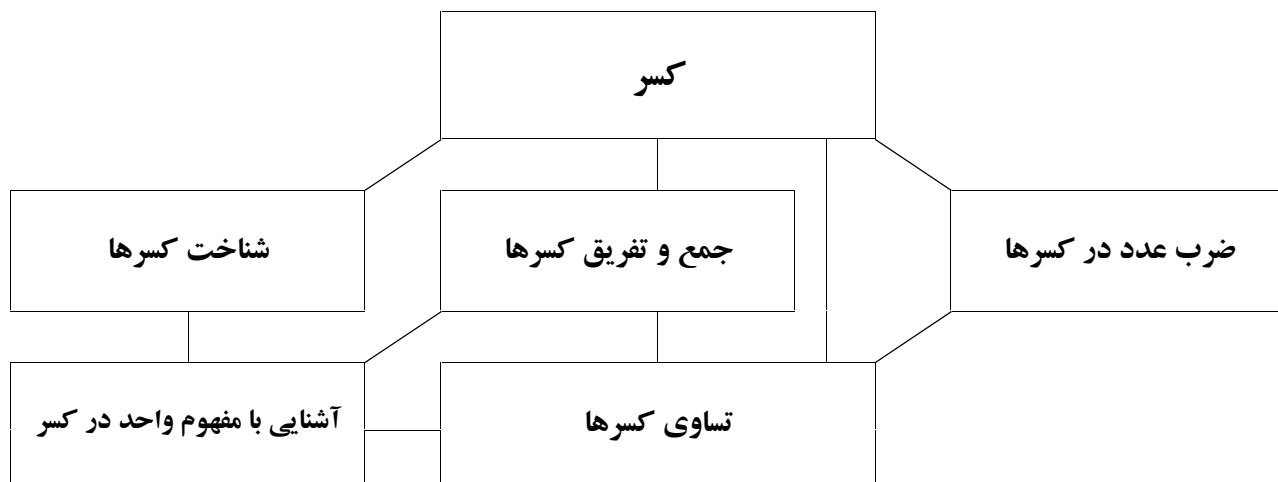
نگاه کلی به فصل :

موضوع کسر و عدد مخلوط در سال گذشته، آموزش داده شده است. با این توضیح که تمام کسرهای مطرح شده از کمیت‌های پیوسته یا متصل است و همچنین نماد عدد مخلوط در کتاب مطرح نشده است.

در این فصل، ضمن طرح کسرهای گسسته یا منفصل، لزوم معرفی واحد، مطرح شده است. پس از آنکه واحد معرف هر کسر یا عدد مخلوط، توضیح داده شد، نماد عدد مخلوط نیز تدریس می‌شود. در درس‌های جمع و تفریق، تساوی کسرها و ضرب عدد در کسر، هم کسرهای متصل و هم کسرهای منفصل، آورده می‌شود. در تمام مطالب این فصل، دست ورزی، روش‌های تصویری و شیوه‌های کلاس داری ارائه شده تا از سبک‌های مختلف یادگیری بتوانند بهره لازم را ببرند.

نکته مهم این است که در تمام کتاب ریاضی چهارم، کسر بزرگ‌تر از واحد آورده نشده و این موضوع در سال آینده، تدریس می‌شود.

شبکه مفهومی کسر



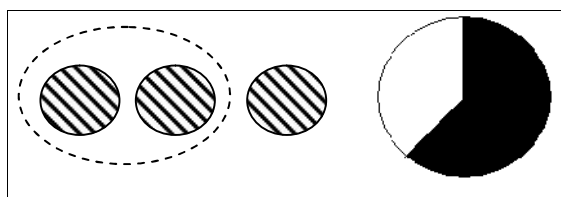
تصویر عنوانی

در تصویر عنوانی از موقعیت راهپیمایی برای طرح نسبت‌های مختلف جمعیتی از جمله نسبت دخترها و پسرها، نسبت جمعیت دانش‌آموزی به کل آن و موارد مشابه، استفاده شده است. در توضیح پایین صفحه نیز نسبت گازهای مختلف موجود در هوا با نمادهای کسری مطرح شده است.

یکی از عوامل عمده مؤثر در پیچیدگی‌های یاددهی و یادگیری کسرها به این حقیقت وابسته است که کسرها ساختاری چندوجهی دارند. پژوهشگران، درک کسرها را با درک پنج زیر ساختار جزء به کل^۱، نسبت^۲، خارج قسمت^۳، عملگر^۴ و اندازه^۵، مرتبط دانسته‌اند. در اینجا درباره این زیر ساختارها به اختصار شرح داده می‌شود.

زیر ساختار جزء به کل

زیر ساختار جزء به کل کسرها، به عنوان موقعیتی تعریف می‌شود که یک کمیت پیوسته با یک مجموعه از اشیای گسسته به بخش‌های هم‌اندازه تقسیم شوند. به این ترتیب، کسرها یک مقایسه بین تعداد اجزای واحد تقسیم شده با تعداد کل اجزا در واحد تقسیم شده را بازنمایی می‌کنند. برای مثال، $\frac{2}{3}$ می‌تواند به عنوان دو دایره از نه دایره و یا دو قسمت از یک نان که به سه قسمت مساوی تقسیم شده است، در نظر گرفته شود (شکل ۱).

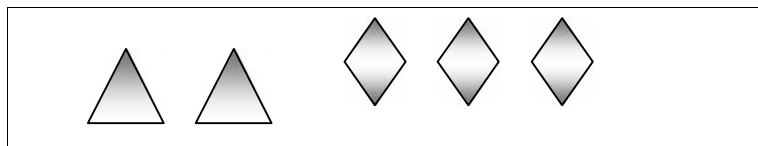


شکل ۱: نمایش کسر $\frac{2}{3}$ در زیر ساختار جزء به کل

زیر ساختار نسبت

زیر ساختار نسبت کسرها، مقایسه بین دو کمیت را بیان می‌کند، بنابراین یک شاخص مقایسه‌ای است تا یک عدد. برای مثال نسبت تعداد سیب‌های زرد به سیب‌های قرمز در ظرف میوه یا نسبت تعداد مثلث‌ها به تعداد لوزی‌ها در شکل ۲.

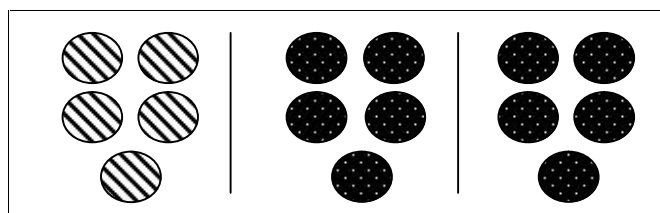
-
۱. Part-whole
 ۲. ratio
 ۳. quotient
 ۴. operator
 ۵. measure



شکل ۲: نمایش نسبت ۲ به ۳، به شکل کسر $\frac{2}{3}$ در زیر ساختار نسبت

زیر ساختار عملگر

در تفسیر عملگر کسرها، اعداد گویا به عنوان عملگرهای به کاررفته برای تعدادی عدد، شیء یا مجموعه، محسوب می شوند. همچنین عملگر را به عنوان تبدیلی تعریف می کنند که پاره خطها را کوتاه یا بلند می کند، تعداد را در یک مجموعه از اشیای مجزا، کاهش یا افزایش می دهد یا شکلها را در صفحه و نقشه به شکلی کوچک تر یا بزرگ تر از همان شکل، تبدیل می کند. به عنوان مثال $\frac{2}{3}$ می تواند به عنوان دوسوم از کمیتی درک شود، $\frac{2}{3}$ از ۱۵ دایره، ۱۰ دایره می شود (شکل ۳).



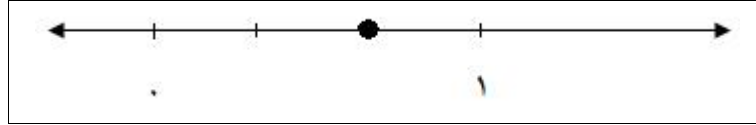
شکل ۳: نمایش کسر $\frac{2}{3}$ در زیر ساختار عملگر

زیر ساختار خارج قسمت

در زیر ساختار خارج قسمت، هر کسر به عنوان نتیجه یک تقسیم در نظر گرفته می شود. به طور خاص کسر $\frac{x}{y}$ بر ارزش عددی حاصل شده از تقسیم x بر y دلالت می کند، به طوری که x و y هر دو اعداد صحیح هستند. مثلاً تقسیم مساوی دو پیتزا میان سه نفر، به طوری که به هر نفر، $\frac{1}{3}$ از هر پیتزا برسد. بنابراین به هر نفر $\frac{2}{3}$ از یک پیتزا می رسد.

زیر ساختار اندازه

در زیر ساختار اندازه، کسر به دو وضعیت، مرتبط می شود. در اولی، کسر به عنوان یک عدد معرفی می شود و در دومی، کسر اندازه ای است که برای تعیین یک فاصله، نسبت داده می شود، یعنی کسر واحدی مانند $(\frac{1}{a})$ تعریف می شود و مکرراً برای تعیین فاصله ای از یک مبدأ به کار می رود. برای مثال $\frac{2}{3}$ با فاصله دو تا $\frac{1}{3}$ واحد از مبدأ متناظر است (شکل ۴).



شکل ۴: نمایش کسر $\frac{2}{3}$ در زیر ساختار اندازه روی محور اعداد

دانستنی‌هایی برای معلم

توسعه مفاهیم

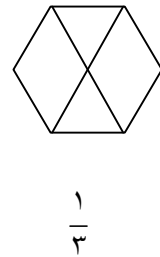
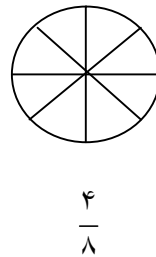
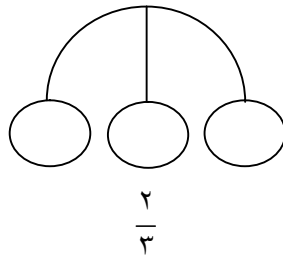
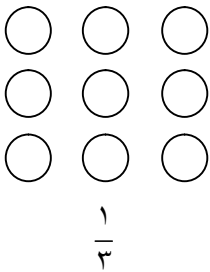
استفاده از ابزار و تکنولوژی

۱. نرم افزارهای مختلفی برای نمایش کسر وجود دارد. علاوه بر آن می توان با کمک نرم افزارهای کاربردی مثل Paint، Word، Geo Gebra یا سایر نرم افزارهای ترسیمی برای کشیدن شکل های مختلف و تقسیم آن ها استفاده کرد. به خصوص در جمع، تفریق، مقایسه، تساوی کسرها و ضرب عدد در کسر می توان با رنگ آمیزی بخش های ایجاد شده، فرصتی متفاوت برای نمایش مفاهیم فوق ایجاد کرد و ممکن است این نوع استفاده از نرم افزارها برای دانش آموزان نیز جذابیت داشته باشد.

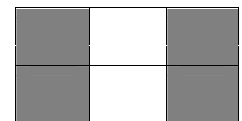
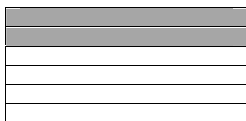
۲. بعضی از ماشین حساب ها نمادهای کسری و عدد مخلوط را نیز قبول کرده و امکان محاسبه با آن ها نیز وجود دارد. پیشنهاد می شود در صورت امکان این نوع ماشین حساب ها را نیز به کلاس درس ببرید و به دانش آموزان نشان دهید.

نمونه سؤال هایی برای ارزشیابی

۱. هر شکل را به اندازه کسر نوشته شده، رنگ کنید.



۲. کدام شکل نشان می دهد که $\frac{2}{3}$ از مربع، رنگ شده است؟



۳. در شکل مقابل چند مربع دیگر رنگ شود تا $\frac{3}{4}$ کل مستطیل رنگ شده باشد؟

۴. عددهای $\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{4}$ را روی محور نشان دهید.

۵. برای عبارتهای زیر یک مسئله بسازید و آنها را حل کنید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{7}{16} - \frac{3}{8} =$$

۶. سه کارگر، هر کدام $\frac{2}{7}$ دیواری را رنگ کردند. چه مقدار از دیوار هنوز رنگ نشده است؟

۷. سارا و سبحان و مادرشان، قسمتی از یک کیک را خوردند. سبحان نیمی از آن را خورد و سارا و مادرش

هر کدام $\frac{1}{4}$ از آن کیک را خوردند. چه مقدار از کیک، باقی مانده است؟

معرفی منابع

۱. دوستی، ملیحه (۱۳۹۲)؛ بررسی درک و فهم دانش آموزان پایه ششم ابتدایی از کسرها؛ پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی؛ دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

چک‌لیست ارزشیابی

| نیازمند تلاش بیشتر | قابل قبول | خوب | بسیار خوب |
|--------------------------|-----------------------|-----------------------|--|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۱. برای شکل‌های پیوسته و گسسته، کسر می‌نویسد. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۲. شکل مربوط به کسر داده‌شده را رسم کرده و روی نمودار نشان می‌دهد. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۳. معنی واحد را درک کرده و برای نوشتن عددهای مخلوط به کار می‌برد. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۴. با توجه به واحد داده‌شده، شکل مربوط به عدد مخلوط را رسم کرده و بر روی محور نشان می‌دهد. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۵. دو کسر یا عدد مخلوط با مخرج مساوی را باهم مقایسه می‌کند. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۶. کسرها با مخرج مساوی را باهم جمع و تفریق می‌کند. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۷. تساوی کسرها را درک کرده و برای یکی کردن تمرین‌ها به کار می‌برد. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۸. مسئله‌های مربوط به جمع و تفریق و مقایسه را حل می‌کند. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۹. برای جمع و تفریق نوشته‌شده، مسئله می‌سازد. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۱۰. ضرب یک عدد طبیعی در کسر را درک کرده با شکل و محور، نمایش می‌دهد. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۱۱. با توجه به تساوی کسرها می‌تواند یک کسر را ساده کند. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۱۲. کسره‌ای برابر واحد و برابر صفر را درک می‌کند. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۱۳. راهبردهای رسم شکل و حل مسئله ساده‌تر را درک کرده و به کار می‌برد. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۱۴. درک می‌کند که در تساوی کسر، یکی بودن واحدها اهمیت دارد. |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| | | | ۱۵. معنی کلمات نصف، ثلث، ربع و خمس را می‌داند. |

حل مسئله - راهبردهای رسم شکل و حل مسئله ساده‌تر

هدف

۱. راهبرد رسم شکل را برای نمایش کسر و عددهای مخلوط به کار می‌برد.
۲. راهبرد حل مسئله ساده‌تر را برای ساده کردن مسئله‌های کسر به کار می‌برد.
۳. با تلفیق دو راهبرد و ارتباط برقرار کردن بین آن‌ها مسئله‌های کسر را حل می‌کند.

روش تدریس

در صفحه اول ضمن آنکه از کشیدن شکل برای درک عددهای مخلوط استفاده می‌شود، نماد عدد مخلوط و نام آن مطرح می‌شود. در واقع این صفحه، فرصتی است تا آنچه دانش آموزان در سال قبل یاد گرفته‌اند را یادآوری کرده و فقط نماد و نام عدد مخلوط گفته شود. مسئله موردنظر را روی تخته بنویسید و به دانش آموزان فرصت دهید تا هر کدام با روش خود، عدد مخلوط را نمایش دهند. پس از بررسی راه‌های مختلف دانش آموزان به متن کتاب درسی برگردید. از دانش آموزان بخواهید متن را بخوانند و جاهای خالی آن را کامل کنند. سپس نام و نماد عدد مخلوط را معرفی کنید. از آن‌ها بخواهید قسمت پایین صفحه را تکمیل کنند. در سؤال، یک ربع بعد از ساعت ۲، منظور رسم ساعت ۲:۱۵ است. برای این کار هم باید عقربه بزرگ را روی ۳ قرار دهند. به این ترتیب، می‌توان گفت که عقربه بزرگ $\frac{1}{4}$ دایره را طی کرده است. محل عقربه کوچک را بین دو عدد ۲ و ۳ قرار داده و به اندازه $\frac{1}{4}$ از عدد ۲ جلوتر بروید. به این ترتیب هر دو عقربه به نوعی نمایش دهنده $\frac{1}{4}$ ساعت هستند.

در صفحه دوم راهبرد حل مسئله ساده‌تر، یک مثال خوب مطرح شده است. مسئله را روی تخته بنویسید و به دانش آموزان فرصت فکر کردن بدهید. آیا آن‌ها هم مثل رضا سریع دست به کار شده و از رسم شکل استفاده می‌کنند؟ آیا در کلاس، دانش آموزی پیدا می‌شود که از کسرهای ساده‌تر استفاده کند؟ در صورت لزوم آن‌ها را غیرمستقیم راهنمایی کنید. پس از اتمام فرصت داده‌شده، از آن‌ها بخواهید به متن کتاب برگردند و آن را بخوانند و جاهای خالی را کامل کنند. سپس توضیح دهند که این مسئله، چگونه حل شده است. تکمیل کردن قسمت نتیجه‌گیری با انشا و قلم دانش آموزان، اهمیت زیادی دارد. لذا از بیان دیکته‌وار به آن‌ها خودداری کنید و صبر کنید تا دانش آموزان، خودشان این قسمت را کامل کنند.

توصیه‌های آموزشی

۱. توصیه می‌شود در بیان درس نام و نماد عدد مخلوط، موضوع را برای دانش‌آموزان، ساده جلوه دهید و تأکید کنید که همه این مطالب را در سال گذشته یاد گرفته‌اید. اینجا فقط نام و شیوه نوشتن آن، مطرح شده است.
۲. برای حل مسئله‌ها، فرصت کافی به دانش‌آموزان بدهید. برای برگشت به کتاب درسی عجله نکنید. انجام این دو صفحه ممکن است یک زنگ از کلاس شما را به خود اختصاص دهد.
۳. در صفحه‌ک دوم نتیجه‌گیری، بیان شفاهی و نوشتن آن، اهمیت زیادی دارد. مراقب باشید شما به جای دانش‌آموزان، این کارها را انجام ندهید.

بdfهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یکی از بdfهمی‌های رایج دانش‌آموزان، تعمیم دادن قانون مقایسه کسره‌های با صورت مساوی برای سایر کسرهاست. برای مثال آن‌ها مقایسه $\frac{1}{8} \bigcirc \frac{1}{7}$ را ممکن است به مقایسه $\frac{2}{8} \bigcirc \frac{1}{7}$ نیز تعمیم دهند و بگویند کسر $\frac{1}{7}$ بزرگ‌تر است، چون مخرج آن کوچک‌تر است.

شناخت کسرها

هدف

۱. کسر مربوط به شکل‌های منفصل (گسسته) را بیان کند و یا کسر را روی شکل نشان دهد.
۲. لزوم معرفی واحد برای شکل‌های گسسته را درک کند.
۳. با درک مفهوم واحد، عدد مخلوط مربوط به شکل‌ها را بنویسد.
۴. عددهای مخلوط را با توجه به واحد معرفی شده رسم کند و یا روی محور نشان دهد.
۵. کسره‌های برابر صفر و ارتباط آن با مفهوم واحد را درک کند.

ابزارهای موردنیاز

۱. کارت‌های کسر
۲. انواع محورها با تقسیم‌بندی‌های متفاوت
۳. نوار کاغذی

روش تدریس

هدف اصلی این درس، شناخت کسرهای منفصل است. در کلاس‌های دوم و سوم تمام کسرهای مطرح‌شده، مربوط به کمیت‌های متصل است. در این درس برای اولین بار کسرهای منفصل مطرح می‌شود. ویژگی کمیت‌های منفصل این است که واحد، نقش پررنگی ایجاد می‌کند. به‌طور مثال، برای شکل ●● می‌توان هم عدد ۲ را بیان کرد و هم $\frac{2}{4}$ را. بستگی دارد که چه چیزی را واحد گرفته‌ایم. پس از آنکه واحد مشخص شد، می‌توان به‌طور دقیق کسر یا عدد مخلوط مربوط به شکل را تعیین کرد.

در فعالیت آغازین این درس به این نکته توجه شده است. وقتی یک مربع از سه مربع، قرمز باشد، یعنی به‌طور ضمنی سه مربع را باهم در نظر گرفته‌ایم. برای شروع نیز از نوار کاغذی استفاده شود. دانش‌آموزان $\frac{1}{4}$ را نشان می‌دهند. قسمت پایین شمع‌ها نیز شبیه همان نوار کاغذی است. به این ترتیب، به‌طور غیرمستقیم می‌گوییم این ۴ شمع را باهم در نظر گرفته‌ایم و در نتیجه $\frac{1}{4}$ شمع‌ها روشن است. مقایسه شکل‌های سؤال ۳ و ۴ نیز به درک بهتر این موضوع، کمک می‌کند. در کار در کلاس نیز تأکید بر تعداد کل وجود دارد و در سؤال دوم نیز دانش‌آموزان باید قسمت‌های مساوی را ایجاد کنند.

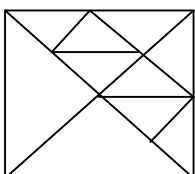
فعالیت دوم، بسیار مهم و کلیدی است. در ضمن حل کردن، دانش‌آموزان به لزوم معرفی واحد و اهمیت آن، پی می‌برند. پس از آنکه واحد و نحوه معرفی آن برای نمایش عددهای مخلوط آموزش داده شد، در قسمت کار در کلاس می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید عددهای مخلوط مربوط به هر شکل را بنویسند و واحد را معرفی کنند. در خط‌کش، محور و ساعت، واحد به‌طور ضمنی معرفی شده و پیش‌فرض گرفته می‌شود اما در مورد مستطیل سبزرنگ واحد مشخص شده است. در مورد پیتزا نیز فرض بر این است که یک پیتزای دایره شکل، یک واحد را مشخص می‌کند.

در فعالیت انتهای این درس، کسرهای برابر صفر مطرح شد. نتیجه مهم این فعالیت این است که با واحدهای

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \dots \text{ را نتیجه گرفت:}$$

حل بعضی از تمرین‌ها

در تمرین دوم این درس، قطعات تانگرام را باید به قسمت‌های مساوی تقسیم کنند تا درک کسر مربوط به قسمت رنگ‌شده، ایجاد شود.



به شکل مقابل توجه کنید.

هر ۸ مثلث ایجادشده باهم مساوی هستند.

در تمرین سوم، مهم این است که واحدها باهم برابر نیستند، بنابراین علی‌رغم آنکه کسرها باهم برابر است اما تعداد $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان کشور خیلی بیشتر از $\frac{1}{5}$ تعداد دانش‌آموزان کلاس است. مشابه همین موضوع در سؤال‌های ۴ و ۵ نیز به شکل‌های دیگر دیده می‌شود.

در شکل‌های سؤال ۴، هر دو $\frac{1}{3}$ را نشان می‌دهند اما چون واحدها باهم برابر نیست نمی‌توان این دو را باهم مقایسه کرد و باید گفت مقدار رنگ‌شده در شکل الف بیشتر است. در سؤال ۵ نیز چون مقدار پول این دو نفر برابر نیست، نصف پول آن‌ها نیز برابر نمی‌شود.

توصیه‌های آموزشی

۱. در زمان بیان عدد مخلوط، با توجه به واحد معرفی‌شده در تمام تمرین‌ها، شکل مربوط به واحد بدون رنگ (و شمع‌های خاموش) است. شما باید سؤال کنید: مقدار رنگ‌شده چه کسر یا عدد مخلوطی را نشان می‌دهند و یا چه کسری از شمع‌ها روشن شده است؟ بنابراین توصیه می‌شود سؤال خود را با توجه به شکل، مطرح کنید.

۲. توصیه می‌شود در این درس به مفهوم واحد، تأکید زیادی داشته باشید. همیشه توجه دانش‌آموزان را به واحد جلب کنید تا با مسئله‌های مختلف مطرح‌شده، درک آن‌ها از این مفهوم، کامل شود.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

بدهمی رایج دانش‌آموزان در مسئله‌های ۳، ۴ و ۵ در قسمت تمرین، به نوعی مطرح شده است. آن‌ها فکر می‌کنند اگر دو کسر برابر باشند مقدار آن‌ها نیز برابر است، درحالی‌که این مقدار به واحدها مربوط می‌شود. در صورتی‌که واحدها نیز برابر باشد مقادیر حاصل از دو کسر مساوی نیز برابر می‌شوند.

جمع و تفریق

هدف

۱. پیدا کردن حاصل جمع و تفریق کسرها با مخرج مساوی
۲. حل مسئله‌های جمع و تفریق کسرها
۳. طرح مسئله برای یک عبارت جمع یا تفریق کسرها با مخرج مساوی
۴. درک کسرهای برابر واحد به کمک جمع کسرها و نوشتن پاسخ‌های مختلف برای آن
۵. درک کسرهای برابر صفر با کمک تفریق کسرها و نوشتن تفریق‌های مختلف برای آن

ابزارهای موردنیاز

۱. کارت‌های کسر
۲. انواع محورها
۳. بشر مدرج

روش تدریس

هدف اصلی این درس آموزش جمع و تفریق کسرهای با مخرج مساوی است. این کار به سه صورت انجام می‌شود. استفاده از شکل کسرها (کارت‌های کسر یا قطعات کسر و یا لیوان مدرج) برای سبک دست ورز، استفاده از محور و شکل برای دانش‌آموزان تصویری و نوشتن عبارت کسرها و انجام عمل جمع یا تفریق برای دانش‌آموزان کلاس.

از دانش‌آموزان بخواهید پس از انجام فعالیت به صورت دست ورزی، فعالیت کتاب درسی را پاسخ دهند. استفاده از کاغذ رنگی و شکل بشرهای مدرج یادآور انجام فعالیت دست ورزی است. پس از آن به حل کار در کلاس پردازید. در تمرین‌ها، هم کسرهای متصل قرار دارد، هم منفصل؛ هم حل مسئله وجود دارد، هم طرح مسئله.

در فعالیت سوم به کمک جمع کسرها، کسر برابر واحد و به کمک تفریق کسرها، کسر برابر صفر، مجدداً مطرح شد تا ارتباط بین این مفاهیم، عمیق تر شکل بگیرد.

حل بعضی از تمرین ها

در سؤال سوم کار در کلاس صفحه ۳۱ پیشنهاد پاسخ مختلف وجود دارد. کافی است مخرج کسرها را تغییر دهید. به نمونه های زیر توجه کنید.

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 \qquad \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1 \qquad \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1 \qquad \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$$

در سؤال ۸ قسمت تمرین، می توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید و با نظم و ترتیب، همه حالت های مختلف با مخرج ۷ را بنویسید.

$$\frac{0}{7} + \frac{6}{7} = \frac{1}{7} + \frac{5}{7} = \frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{3}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7} + \frac{0}{7} = 1$$

توصیه های آموزشی

۱. در این درس، تعدادی تمرین بازپاسخ وجود دارد، یعنی به یک تمرین می توان پاسخ های مختلف داد. حل این نوع تمرین ها و پرداختن به آنها، اهمیت زیادی دارد.

۲. سؤال های مربوط به طرح مسئله، بسیار جالب است و نشان می دهد که دانش آموزان شما چه مقدار از مفاهیم را به درستی درک کرده اند. زمان کافی و مناسبی را برای این کار اختصاص دهید.

بدهمی های رایج دانش آموزان

یکی از بدهمی ها و اشتباهات رایج دانش آموزان در جمع و تفریق این است که صورت ها را باهم و مخرج ها را باهم جمع و تفریق می کنند. در صورت مشاهده چنین اشتباهی مراحل آموزش جمع و تفریق کسرها را دوباره تکرار کنید.

تساوی کسرها

هدف

۱. درک مفهوم تساوی کسرها برای شکل های منفصل

۲. نمایش تساوی کسرها روی شکل (متصل و منفصل)
۳. نوشتن کسرهای مساوی یک کسر و پیدا کردن جزء چهارم تساوی
۴. ساده کردن کسرها
۵. به کار بردن تساوی کسرها برای یکی کردن مخارجها در مقایسه و جمع و تفریق

ابزارهای موردنیاز

۱. کارت‌های کسر
۲. شکل‌های هندسی هم‌اندازه

روش تدریس

دانش‌آموزان با مفهوم مقایسه کسرها در سال گذشته آشنا شده‌اند. در اینجا یک‌بار دیگر این درس مطرح می‌شود تا همین موضوع را با شکل کمیت‌های منفصل نیز تجربه کنند. پس از آن نوشتن کسرهای مساوی و پیدا کردن جزء چهارم آموزش داده می‌شود تا بتوانند از آن برای یکی کردن مخارجها در مقایسه و محاسبه استفاده کنند. همچنین با توجه به تساوی کسر و نوشتن کسرهای مساوی، موضوع ساده کردن کسرها نیز مطرح می‌شود.

قبل از ورود به کتاب، مشابه فعالیت را به صورت دست ورزی انجام دهید. سپس از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند. پس از بررسی پاسخ‌ها، کار در کلاس را انجام دهید. در سؤال اول، هم شکل‌های متصل و هم منفصل، وجود دارد. سؤال‌های ۲ و ۳ نیز مجدداً به مفهوم واحد تأکید دارد.

در فعالیت دوم این درس، ساختن کسرهای مساوی و سپس ساده کردن کسر، مطرح شده و در سؤال سوم نیز زمینه جمع و تفریق کسر با مخرج غیرمساوی، فراهم شده است.

در قسمت کار در کلاس، انجام محاسبه‌های جمع و تفریق و یکی کردن مخارجها با استفاده از مفهوم تساوی کسرها، به صورت کلاسی آورده شده است.

حل بعضی از تمرین‌ها

در سؤال ۴ قسمت تمرین، شکل‌ها را با توجه به مخرج مشترک، تقسیم کنید. به مثال زیر توجه کنید. شکل باید به ۴ قسمت مساوی $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ تقسیم شود، $\frac{1}{4}$ یعنی $\frac{2}{4}$. پس ۲ قسمت را برای آن رنگ می‌کنیم و یک قسمت را هم برای $\frac{1}{4}$ تا پاسخ مسئله‌ای که $\frac{3}{4}$ است، ایجاد شود.



در سؤال ۶ قسمت تمرین، واحدها و کسرها، مساوی نیستند، اما تعداد به دست آمده برابر می‌شود، چون $\frac{1}{3}$ از ۳۰ تا با $\frac{1}{4}$ از ۲۰ تا برابر است. علی‌رغم آنکه $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ است، اما چون واحدها برابر نیست، تعداد به دست آمده، برابر شده است.

توصیه‌های آموزشی

۱. از قاعده گویی در نوشتن تساوی کسرها و یا ساده کردن خودداری کنید.
۲. در جمع و تفریق از بیان دستورالعمل (یا به اصطلاح کتاب آشپزی) خودداری کنید. اجازه دهید دانش‌آموزان از اعمالی که انجام می‌دهند، درک داشته باشند.
۳. تمرین‌هایی که با مخرج ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ آمده است، زمینه‌سازی برای درس عددهای اعشاری می‌کند، لذا به این تمرین‌ها، عنایت ویژه داشته باشید.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

$$\frac{1}{3} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{3}$$

ممکن است بعضی از دانش‌آموزان در نوشتن کسرهای مساوی فقط صورت یا مخرج را در یک عدد ضرب کنند و برای مثال بنویسند: همین اشکال، در ساده کردن کسرها نیز، پیش می‌آید.

ضرب عدد در کسر

هدف

۱. پیدا کردن حاصل ضرب یک عدد در یک کسر و درک مفهوم آن و رابطه‌اش با جمع کسره‌های مساوی
۲. حل مسئله‌های مربوط به ضرب عدد در کسر
۳. طرح مسئله برای عبارت ضرب عدد در یک کسر
۴. به کار بردن واژه‌های خمس، ربع، ثلث و نصف در حل مسئله‌ها
۵. درک مفهوم گنجایش

ابزارهای موردنیاز

۱. کارت‌های کسر
۲. انواع محورها با تقسیم‌بندی‌های مختلف
۳. پارچ و لیوان

روش تدریس

در این درس، ضرب عدد در کسر بیان می‌شود. طبق روال هم به صورت دست ورزی، هم کلامی و هم تصویری. اما در تمام تمرین‌ها حاصل عبارت کسر کوچک‌تر از واحد است. در کلاس چهارم قصد نداریم وارد موضوع کسر بزرگ‌تر از واحد بشویم. بنابراین در طرح سؤال‌ها و تمرین‌ها به این نکته توجه داشته باشید. ابتدا با کمک قطعات مربوط به کسر، ضرب عدد در کسر را به صورت دست ورزی انجام دهید. سپس به فعالیت کتاب برگردید و از دانش‌آموزان بخواهید به آن پاسخ دهند. پس از بررسی جواب‌ها و جمع‌بندی درس، کار در کلاس را انجام دهید. در شکل‌ها و تمرین‌هایی که مخرج ۱۰ یا ۱۰۰ نوشته شده، زمینه‌سازی مناسبی برای درس عددهای اعشاری در آینده فراهم می‌شود.

در فعالیت اول، محورها برای دانش‌آموزان تصویری و رابط بین جمع و ضرب برای کلاس‌ها و شکل‌های پایین صفحه در واقع نمادی از کار دست ورزی است. در فعالیت دوم نیز به این سه سبک توجه شده و به کمک سه راه متفاوت، مسئله حل شده است تا دانش‌آموزان بتوانند کار در کلاس پس از آن را انجام دهند. در این درس، زمینه‌سازی برای مفهوم گنجایش، آغاز شده است. هدف این قسمت، درک این موضوع است که گنجایش پارچ از لیوان بیشتر است و اگر گنجایش لیوان را واحد فرض کنیم، برای مثال گنجایش پارچ، ۵ واحد می‌شود.

حل بعضی از تمرین‌ها

در سؤال ۳ قسمت تمرین، برای پیدا کردن پاسخ سؤال‌ها از رسم شکل استفاده کنید. در اینجا شکل‌های منفصل، مناسب‌تر هستند. برای مثال، نصف ۱۰ تا را با رسم ۱۰ تا شکل و مشخص کردن نیمی از آن‌ها، انجام دهید.

توصیه‌های آموزشی

۱. با توجه به اینکه هنوز کسر بزرگ‌تر از واحد تدریس نشده است، مراقب باشید در طرح تمرین‌ها حاصل کسر بزرگ‌تر از واحد نشود.

۲. به طرح و حل مسئله همزمان فکر کنید. این‌ها در کار، مکمل یکدیگرند.

۳. واژه‌های خمس، ثلث، ربع و نیم در کلاس سوم نیز مطرح شده است. ضمن آنکه موضوع را برای دانش‌آموزان پیش‌ازحد بزرگ نکنید، این‌ها ۴ تا واژه هستند که جایگزین کسرها می‌شوند و نکته یا مفهوم ویژه‌ای نیستند که بخواهید پیش‌ازحد به آن‌ها پردازید.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یکی از مشکلات دانش‌آموزان در حل مسئله، ناتوانی آن‌ها از خواندن همراه با درک و فهم عبارت‌های و مسئله‌های ریاضی است. به جای آنکه صورت مسئله را برای آن‌ها بخوانید و توضیح دهید، به آن‌ها فرصت دهید توانایی خواندن و درک مطلب خود را با تمرین‌های کتاب، ارتقا دهند.

مرور فصل

معما و سرگرمی این قسمت، بسیار مشکل است. انتظار نداشته باشید همه دانش‌آموزان به آن پاسخ دهند. همین که راه حل رسم شده را درک کنند و بتوانند توضیح دهند، کار بزرگی انجام داده‌اند.

در قسمت فرهنگ خواندن به دانش‌آموزان فرصت دهید تا مطلب را بخوانند و درک کنند. هدف این قسمت، این است که دانش‌آموزان درک کنند که $\frac{1}{۱۰۰۰}$ از ۱۰۰۰۰ تا، خیلی بیشتر از $\frac{۹}{۱۰}$ است. درست

است که $\frac{1}{1000}$ خیلی کوچکتر از $\frac{9}{10}$ است، اما چون واحد آنها متفاوت است، مقدار به دست آمده به کمک کسرها، قابل مقایسه نیست.