بررسی و طبقه‌بندی بدفهمی‌های دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی در ارتباط با اعداد اعشاری

ابراهیم ریحانی[۱]، شهرناز بخشعلی‌زاده[۲] و زهرا پورعظیما[۳]

چکیده

هدف از این پژوهش که به روش تحلیلی توصیفی انجام شده است، بررسی و طبقه‌بندی برخی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی در ارتباط با اعداد اعشاری می‌باشد. نمونه مورد بررسی در این مطالعه متشکل از ۱۹۶ دانش‌آموز سال پنجم ابتدایی است که از جامعه‌ی در دسترس انتخاب شده‌اند. داده‌ها با استفاده از ابزارهای آزمون درک اعداد اعشاری و آزمون مقایسه اعداد اعشاری جمع‌آوری شدند و پاسخ‌های دانش‌آموزان بر اساس معیارهای تعیین شده، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. روایی محتوایی آزمون‌ها توسط تعدادی از متخصصان امر تأیید شد و پایایی آزمون‌ها نیز با محاسبه‌ی ضرایب آلفای کرونباخ آن‌ها، تعیین گردید. بر اساس نتایج بدست آمده در ارتباط با مفهوم اعداد اعشاری ٪۷۰ از دانش‌آموزان نمونه مورد بررسی دارای بدفهمی ارزش مکانی و ٪۶۷ دارای بدفهمی در مرتب کردن اعداد اعشاری هستند. همچنین در ارتباط با مقایسه اعداد اعشاری ٪۴۶ دارای بدفهمی «بلندتر- بزرگ‌تر» و ٪۴۵ دارای بدفهمی «اعشاری- کسری» می‌باشند. نتایج این پژوهش نشان داد که اکثر بدفهمی‌های کشف شده در تحقیقات دیگر، در بین دانش‌آموزان نمونه مورد بررسی نیز وجود دارد. در پایان، به کمک این پژوهش و پژوهش‌های قبلی، الگویی از بدفهمی‌ها ارائه گردید.

واژه‌های کلیدی: بدفهمی، اعداد اعشاری، دانش‌آموزان، پنجم ابتدایی و آموزش ریاضی.

۱- مقدمه

دو نوع از خطاهای عمده‌ای که دانش‌آموزان با آن‌ها درگیر هستند عبارتند از خطاهای محاسباتی و خطاهای نظام‌مند. خطاهای محاسباتی و بی‌دقتی، نظام‌مند (قابل پیش‌بینی) نیستند و ما عنوان «اشتباه» را به آن‌ها اختصاص می‌دهیم. اشتباهات معمولاً خطاهایی هستند که در اثر بی دقتی رخ می‌دهند. هنگامی که معلم از دانش‌آموز می‌خواهد پاسخ‌هایش را بیازماید یا مجدداً محاسباتش را نگاه کند، چنانچه دانش‌آموز مفهوم تدریس

۱- استادیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، *e_reyhani@srttu.edu*

۲- کارشناس دفتر مطالعات بین المللی تیمز/پرلز، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزش و پرورش، *sbakhshalizadeh@yahoo.com*

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی و دبیر ریاضی دبیرستان‌های منطقه سرولایت شهرستان نیشابور، *zahra.poorazima@yahoo.com*

شده را به خوبی درک کرده باشد، متوجه آن اشتباه می‌شود (باتل، ۱۳۸۹). ولی خطاهای نظام‌مند که تحت عنوان «بدفهمی» شناخته می‌شوند، معمولاً زمانی رخ می‌دهند که در حالت خاص، ایده‌هایی در ذهن دانش‌آموز ایجاد می‌شود و سپس دانش‌آموز در حالت کلی این ایده‌ها را به طور نادرست تعمیم می‌دهد (سویگور[۴]، ۲۰۰۸). باتل (۱۳۸۹) نیز بیان می‌دارد که بدفهمی ناشی از این است که دانش‌آموز، مطلب را درک نکرده یا به غلط درک کرده است. این خطاها ناشی از بی دقتی یا بی توجهی به فعالیت نیستند و ریشه‌های عمیق‌تری دارند. بدفهمی دانش‌آموزان ممکن است از تجربیات و دانسته‌های پیشین آن‌ها در زندگی روزمره نشأت بگیرد و بطور جدی توسط دانش‌آموزان حفظ شود و لذا نتایج حاصل از یادگیری آن‌ها را به تأخیر اندازد.
اگر بدفهمی‌ها در سال های اولیه‌ی تحصیل برطرف نگردند، منجر به بروز مشکلاتی در مقاطع تحصیلی بالاتر و در زندگی روزمره افراد خواهند شد. آگاهی و شناخت علل و ریشه‌های بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ریاضیات به معلمان کمک می‌کند تا با استفاده از طراحی‌های آموزشی مناسب در کلاس درس، از بروز این بدفهمی‌ها جلوگیری نموده و در صورت مشاهده، آن‌ها را اصلاح نمایند (پورعظیما، ریحانی و بخشعلی‌زاده، ۱۳۹۱). گویا و حسام (۱۳۸۴) نیز معتقدند که دانش‌آموزان بدفهمی‌هایی دارند و این مسئله باید جدی گرفته شود، پژوهش‌ها باید بدفهمی‌ها را مشخص و معرفی نمایند و معلمان نیز باید از بدفهمی‌ها آگاه باشند.
اعداد اعشاری زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی هستند. درک اعداد اعشاری در دنیای واقعی و در زندگی روزمره نیز ضروری و مورد استفاده است. مفهوم عدد اعشاری از مفاهیمی است که کاربرد وسیعی در اکثر علوم همچون کامپیوتر، گرافیک، فیزیک و غیره دارد. با توجه به کاربرد اعداد اعشاری در این علوم، باید زمینه‌ای فراهم شود تا دانش‌آموزان، این مبحث ریاضی را به طور دقیق فراگیرند. با این وجود، پژوهش‌ها (ایزوتانی[۵]، مک لارن[۶] و آلتمن[۷]، ۲۰۱۰) نشان می‌دهند که یادگیری اعداد اعشاری و مفاهیم مرتبط با آن، برای دانش‌آموزان بسیار دشوار است و اغلب آن‌ها با انواع بدفهمی[۸]هایی که تا سنین بزرگسالی باقی می‌مانند، روبرو هستند. لذا در این پژوهش، بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با اعداد اعشاری، در دو حوزه‌ی «مفهوم» و «عملیات» بررسی خواهند شد. سوال اصلی پژوهش حاضر چنین است: «دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی در ارتباط با اعداد اعشاری با چه بدفهمی‌هایی روبرو هستند؟»

۲- مبانی نظری پژوهش

در میان تمام کسرها یک مجموعه از کسرهای خاص به نام کسرهای اعشاری وجود دارد. کسرهای اعشاری کسرهایی هستند که مخرج آن‌ها توانی از ده است. عدد اعشاری نمایش دیگری از کسر اعشاری است که در

4 - *Soygür*
5 - *Isotani*
6 - *McLaren*
7 - *Altman*
8 - *Misconception(s)*

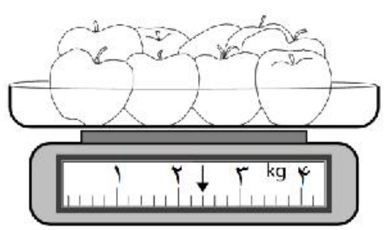
نوشتن آن از ممیز استفاده شده است. طول عدد اعشاری برابر با تعداد رقم‌های جزء اعشاری در عدد اعشاری است. بنابراین طول ۵/۲۰ برابر است با ۲. یک عدد اعشاری را بلندتر (کوتاه‌تر) از عدد اعشاری دیگر گوییم هرگاه طول آن بیش‌تر (کم‌تر) باشد. مثلاً عدد ۵/۲۰بلندتر از عدد ۸/۶ است زیرا طول عدد ۵/۲۰ برابر ۲ و طول عدد ۸/۶ برابر ۱ است.

نتایج مطالعات بین‌المللی ریاضیات و علوم[۹] (تیمز) در سال‌های اخیر، بیانگر خطاها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در زمینه‌ی اعداد و عملیات ریاضی و کار با اعداد اعشاری بوده‌اند. به عنوان مثال تکرار سومین مطالعه تیمز در سال ۱۹۹۹ نشان داد که در سطح بین المللی تنها ٪۵۰ از دانش‌آموزان ۱۳ ساله می‌توانند کوچک‌ترین عدد اعشاری را از یک فهرست پنج‌تایی انتخاب کنند و این بدفهمی با افزایش سن از بین نمی‌رود (استینل[۱۰]، ۲۰۰۴). بسیاری از پژوهشگران (ایزوتانی و همکاران، ۲۰۱۰؛ روچ[۱۱] و کلارک[۱۲]، ۲۰۰۴؛ بکمان[۱۳]، ۲۰۰۶؛ استینل، استیسی[۱۴] و چمبرز[۱۵]، ۲۰۰۲) نیز انواع بدفهمی‌های دانش‌آموزان را در ارتباط با اعداد اعشاری و مقایسه این اعداد با یکدیگر مورد بررسی قرار داده‌اند که خلاصه‌ای از این یافته‌ها در ادامه ارائه شده است.

۲-۱- بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با «مفهوم» عدد اعشاری

نتایج تجربیات و پژوهش‌ها (ایروین[۱۶]، ۲۰۰۱؛ روچ و کلارک، ۲۰۰۴؛ سدی[۱۷]، ۲۰۰۷) بدفهمی‌های دانش‌آموزان را در ارتباط با مفهوم عدد اعشاری نشان می‌دهند. به عنوان مثال نتایج تحقیقات رایان[۱۸] و ویلیامز[۱۹] (۲۰۰۷) نشان داد که ٪۳۵ درصد از دانش‌آموزان ۱۰ ساله، وزن سیب‌های روی ترازوی شکل ۱را ۲/۲ کیلوگرم بیان کرده‌اند.

شکل ۱، خواندن مقیاس اندازه‌گیری



9 -Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)
10 - Steinle
11 - Roche
12 - Clarke
13 - Beckmann
14 - Stacey
15 - Chambers
16 - Irwin
17 - Sadi
18 - Ryan
19 - Williams

برخی دیگر از بدفهمی‌های مرتبط با اعداد اعشاری در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱، برخی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با مفهوم عدد اعشاری

یک صدم = ۰/۱۰۰	$۱/۳۵ = \frac{۱}{۳۵}$
$\frac{۲}{۳} = ۲/۳$	$۰/۷ = \frac{۱}{۷}$
$۰/۳ < ۰$	
$۰/۰۲۳ = ۰/۲۳ = ۲۳$	$۰/۵۴۴۴۴۴۴ = ۰/۵۴$

در پژوهش حاضر, به دلیل اهمیت «مقایسه و مرتب کردن» به عنوان زیرمجموعه‌ای از حوزه‌ی «مفهوم» اعداد اعشاری، در بخش ۲-۳ به طور جداگانه این موضوع را بررسی خواهیم کرد.

۲-۲- بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با «عملیات» روی اعداد اعشاری

دانش‌آموزان در ارتباط با عملیات روی اعداد اعشاری از جمله عملیات جمع، تفریق، ضرب، تقسیم (به ویژه ضرب و تقسیم با توان‌های ۱۰) و انجام عملیات با ستونی از اعداد، با بدفهمی‌هایی روبرو هستند که ممکن است عامل اصلی ایجاد آن وجود بدفهمی‌هایی در ارتباط با اعداد و عملیات حسابی باشد که در پایه‌های پایین‌تر برطرف نشده‌اند و به اعداد اعشاری تعمیم یافته‌اند. برخی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با عملیات روی اعداد اعشاری است که نتایج تجربیات و پژوهش‌ها (رایان و ویلیامز، ۲۰۰۷؛ ایروین، ۲۰۰۱) می‌باشند در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول۲، برخی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با عملیات روی اعداد اعشاری

$۲/۳ + ۱/۴۷ = ۳/۵۰$	$۳۶ \times ۰/۱ = ۰/۳۶$
$۰/۱ + ۰/۹ = ۰/۱۰$	$۰/۲ \times ۰/۳ = ۰/۶$
$۲/۵ + ۱ = ۳/۶$	$۰/۲۵ - ۰/۱ = ۰/۲۴$
$۱/۲ + ۳ = ۱/۵$	$۲/۳ \times ۱۰ = ۲/۳۰$
$۲/۳ \times ۱۰ = ۲۰/۳۰$	$۴/۷ \times ۱۰۰ = ۴/۷۰۰$
۱/۴ +۵/۸ ——— ۶/۱۲	۴/۰۳ −۱/۱۵ ——— ۳/۱۲

۲-۳- بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با «مقایسه و مرتب کردن» اعداد اعشاری

دانش‌آموزان در ارتباط با مقایسه‌ی اعداد اعشاری و مرتب کردن این اعداد با بدفهمی‌هایی روبرو هستند که ممکن است عامل اصلی ایجاد آن یکی گرفتن اعداد اعشاری با اعداد حسابی و یا کسرها باشد. برخی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با مفهوم اعداد اعشاری به مقایسه دو عدد اعشاری و یا مرتب کردن تعدادی از اعداد اعشاری برمی‌گردد. اگر دانش‌آموزی در مقایسه اعداد اعشاری با جزء صحیح متفاوت دچار بدفهمی باشد عنوان **بدفهمی «جزء صحیح»** را به او نسبت می‌دهیم ولی بر طبق مطالعات انجام گرفته (مولونی[۲۰] و استیسی، ۱۹۹۷؛ بکمان، ۲۰۰۶)، معمولاً بدفهمی‌های مقایسه زمانی مشاهده می‌شود که جزء صحیح دو عدد اعشاری، مشابه و جزء اعشاری آن‌ها متفاوت است یا زمانی که طول دو عدد اعشاری برابر نیست و یا زمانی که بعد از ممیز یا در سمت راست عدد اعشاری، رقم صفر وجود دارد. لذا در ادامه به بررسی برخی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با **مقایسه اعداد اعشاری با جزء صحیح یکسان** می‌پردازیم.

۲-۳-۱- بدفهمی «عدد اعشاری همان عدد حسابی است» یا به اختصار «اعشاری- حسابی»

دانش‌آموزانی که دارای این بدفهمی هستند، با جزء اعشاری یک عدد اعشاری مانند یک عدد حسابی رفتار می‌کنند و یا اعداد اعشاری را دو دستگاه جداگانه از اعداد حسابی می‌دانند که توسط ممیز از هم جدا شده‌اند. این دانش‌آموزان صفرهای سمت چپ جزء اعشاری را در نظر نمی‌گیرند ولی صفرهای سمت راست را به حساب می‌آورند لذا بدرستی تشخیص می‌دهند که ۴/۰۵۸ < ۴/۶۳ زیرا ۵۸ < ۶۳. قاعده‌ای که این دانش‌آموزان از آن تبعیت می‌کنند را قانون عدد حسابی[۲۱] (باتورو[۲۲] و کوپر[۲۳] و توماس[۲۴]، ۱۹۹۵) و نوع تفکری که منجر به این بدفهمی می‌شود را تفکر عدد حسابی[۲۵] (روچ و کلارک، ۲۰۰۴؛ بکمان، ۲۰۰۶) می‌نامند. در جدول ۳ برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «اعشاری- حسابی» ارائه شده است.

جدول۳، برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «اعشاری- حسابی»

۴/۸ < ۴/۶۳ زیرا ۶۳ < ۸
۴/۰۸۵ < ۴/۶۳ زیرا ۶۳ < ۸۵
۴/۶۳۰ < ۴/۶۳ زیرا ۶۳ < ۶۳۰

20 - *Moloney*
21 - *Whole-number rule*
22 - *Baturo*
23 - *Cooper*
24 - *Thomas*
25 - *Whole Number Thinking*

۴/۶۳ = ۴/۰۶۳ زیرا ۶۳ = ۶۳

۲-۳-۲- بدفهمی «عدد اعشاری بلندتر، بزرگ‌تر است» یا به اختصار «بلندتر- بزرگ‌تر»

برخی از دانش‌آموزان در زمان مقایسه اعداد اعشاری با اجزای صحیح یکسان و طول‌های نامساوی، عدد اعشاری بلندتر را به عنوان عدد بزرگ‌تر معرفی می‌نمایند. قانونی که این دانش‌آموزان از آن تبعیت می‌کنند همان قانون عدد حسابی (باتورو و همکاران، ۱۹۹۵) و نوع تفکری که منجر به این بدفهمی می‌شود همان تفکر عدد حسابی (روچ و کلارک, ۲۰۰۴؛ بکمان، ۲۰۰۶) است که در بخش ۲-۳-۱ بیان شد با این تفاوت که دانش‌آموزان با این بدفهمی هم صفرهای سمت چپ و هم صفرهای سمت راست جزء اعشاری را به حساب می‌آورند. لذا اگر جزء صحیح و طول دو عدد اعشاری، یکسان باشد همواره پاسخ آن‌ها درست است. به عنوان مثال این دانش‌آموزان بدرستی تشخیص می‌دهند که ۴/۰۵ > ۴/۶۳. در جدول ۴ برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «بلندتر- بزرگ‌تر[۲۶]» ارائه شده است.

جدول۴، برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «بلندتر- بزرگ‌تر»

۴/۸ > ۴/۶۳ زیرا ۴/۶۳ بلندتر از ۴/۸ است.
۴/۶۳ > ۴/۰۸۵ زیرا ۴/۰۸۵ بلندتر از ۴/۶۳ است.
۴/۶۳ > ۴/۰۶۳ زیرا ۴/۰۶۳ بلندتر از ۴/۶۳ است.
۴/۶۳ > ۴/۶۳۰ زیرا ۴/۶۳۰ بلندتر از ۴/۶۳ است.
۴/۶۳ > ۴/۰۵۸ زیرا ۴/۰۵۸ بلندتر از ۴/۶۳ است.

۲-۳-۳- بدفهمی «عدد اعشاری بلندتر، بزرگ‌تر است بجز در زمان وجود صفر در جایگاه دهم» یا به اختصار «بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء»

دانش‌آموزانی که دارای این بدفهمی هستند، فکر می‌کنند که هر تعداد دهم بیش‌تر از هر تعداد صدم است و هر تعداد صدم بیش‌تر از هر تعداد هزارم است و غیره. لذا به اشتباه بیان می‌کنند که ۴/۸ > ۴/۶۳ زیرا ۶۳ دهم بیش‌تر از ۸ دهم است ولی این دانش‌آموزان به درستی تشخیص می‌دهند که ۴/۰۸۵ > ۴/۶۳ زیرا که ۶۳ دهم بیش‌تر از ۸۵ صدم است. دانش‌آموزانی که دارای بدفهمی «بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء[۲۷]» هستند، عدد اعشاری با یک یا دو صفر بلافاصله بعد از ممیز را کوچک‌تر می‌دانند ولی معمولاً عدد اعشاری بلندتر را به عنوان عدد بزرگ‌تر شناسایی می‌کنند پس این بدفهمی همان بدفهمی «بلندتر- بزرگ‌تر» است، بجز در زمان وجود صفر در

---

26 - Longer is Larger
27 - Longer is Larger with Exceptions

جایگاه دهم. قانونی که این دانش‌آموزان از آن تبعیت می‌کنند را قانون صفر[28] (باتورو و همکاران، ۱۹۹۵) می‌نامند که حالت خاصی از قانون عدد حسابی است. نوع تفکری که منجر به این بدفهمی می‌شود را تفکر تخصیص بیش از یک رقم به هر ستون در جدول ارزش مکانی[29] (استینل، ۲۰۰۴) می‌نامند. در جدول ۵ برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء» ارائه شده است.

جدول ۵، برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء»

$۵/۴۲۹ < ۵/۷۱$ زیرا ۴۲۹ دهم بیش‌تر از ۷۱ دهم است.
$۴/۶۳۰ > ۴/۶۳$ زیرا ۶۳۰ دهم بیش‌تر از ۶۳ دهم است.

۲-۳-۴- بدفهمی «عدد اعشاری همان کسر است» یا به اختصار «اعشاری- کسری»

دانش‌آموزانی که دارای این بدفهمی هستند، جزء اعشاری را به عنوان کسر می‌بینند و صفرهای بعد از ممیز را به حساب نمی‌آورند. مثلاً می‌نویسند $\frac{۴}{۳} = ۴/۳$ و یا $۴\frac{۱}{۳} = ۴/۳$ و یا $\frac{۱}{۳} = ۰/۳$ و یا حتی $\frac{۱}{۳} = ۰/۰۳$ لذا اگر جزء صحیح دو عدد اعشاری برابر باشد این دانش‌آموزان اعداد اعشاری با جزء اعشاری کوچک‌تر را به عنوان عدد بزرگ‌تر شناسایی می‌کنند. آن‌ها بدرستی تشخیص می‌دهند که $۴/۶۳ < ۴/۰۸۵$ زیرا $\frac{۱}{۶۳} < \frac{۱}{۸۵}$ و یا $۶۳ < ۸۵$ است. قانونی که این دانش‌آموزان از آن تبعیت می‌کنند را قانون کسر[30] (باتورو و همکاران، ۱۹۹۵) می‌نامند و نوع تفکری که منجر به این بدفهمی می‌شود را تفکر تمرکزیافته بر مخرج[31] (بکمان، ۲۰۰۶) و یا تفکر یا استدلال مبتنی بر معکوس کسرها[32] (روچ و کلارک، ۲۰۰۴) می‌نامند. در جدول ۶ برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «اعشاری- کسری» ارائه شده است.

جدول ۶، برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «اعشاری- کسری»

$۴/۶۳ < ۴/۵$ زیرا $۶۳ < ۵$
$۴/۶۳ > ۴/۶۳۰$ زیرا $۶۳ > ۶۳۰$
$۴/۶۳ < ۴/۰۵۸$ زیرا $۶۳ < ۵۸$
$۴/۶۳ > ۴/۶۳۰۵$ زیرا $۶۳ > ۶۳۰۵$
$۴/۶۳ > ۴/۶۵$ زیرا $۶۳ > ۶۵$

28 - *Zero rule*
29 - *Column Overflow Thinking*
30 - *Fraction rule*
31 - *Denominator Focused Thinking*
32 - *Reciprocal Thinking*

۵۸ < ۶۳ زیرا ۴/۵۸ > ۴/۶۳
۸۵ > ۶۳ زیرا ۴/۸۵ < ۴/۶۳
۶۳ = ۶۳ زیرا ۴/۰۶۳ = ۴/۶۳

۲-۳-۵- بدفهمی «عدد اعشاری کوتاه‌تر، بزرگ‌تر است» یا به اختصار «کوتاه‌تر- بزرگ‌تر»

برخی از دانش‌آموزان در زمان مقایسه اعداد اعشاری با اجزای صحیح یکسان و طول‌های نامساوی، برخلاف دانش‌آموزان بخش ۲-۳-۲ عدد اعشاری کوتاه‌تر را به عنوان عدد بزرگ‌تر معرفی می‌نمایند. اگر طول دو عدد اعشاری برابر باشد، این دانش‌آموزان اعداد اعشاری را بدون درنظر گرفتن ممیز با هم مقایسه می‌کنند و سپس پاسخ‌ها را برعکس می‌کنند به طوری که تمام پاسخ‌های آنان نادرست می‌شود. گاهی نیز این دانش‌آموزان ممکن است اعداد اعشاری را کم‌تر از صفر بدانند. قانونی که این دانش‌آموزان از آن تبعیت می‌کنند همان قانون کسر (باتورو و همکاران، ۱۹۹۵) است که در بخش ۲-۳-۴ بیان شد با این تفاوت که دانش‌آموزان با این بدفهمی هم صفرهای سمت چپ و هم صفرهای سمت راست عدد اعشاری را به حساب می‌آورند. لذا بدرستی تشخیص می‌دهند که ۴/۰۵۸ > ۴/۶۳ زیرا ۴۰۵۸ > ۴۶۳ است و یا ۴/۶۳ کوتاه‌تر از ۴/۰۵۸ است. نوع تفکری که منجر به این بدفهمی می‌شود را برعکس عمل کردن[۳۳] (استینل، ۲۰۰۴) و یا استدلال منفی[۳۴] (بکمان، ۲۰۰۶) می‌نامند. در جدول ۷ برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «کوتاه‌تر- بزرگ‌تر[۳۵]» ارائه شده است.

جدول ۷، برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «کوتاه‌تر- بزرگ‌تر»

۴/۵ > ۴/۶۳ زیرا ۴/۵ کوتاه‌تر از ۴/۶۳ است.
۴/۶۳۰ > ۴/۶۳ زیرا ۴/۶۳ کوتاه‌تر از ۴/۶۳۰ است.
۴/۶۳۰۵ > ۴/۶۳ زیرا ۴/۶۳ کوتاه‌تر از ۴/۶۳۰۵ است.
۴۶۵ > ۴۶۳ زیرا ۴/۶۵ < ۴/۶۳
۴۵۸ < ۴۶۳ زیرا ۴/۵۸ > ۴/۶۳
۴۸۵ > ۴۶۳ زیرا ۴/۸۵ < ۴/۶۳

۲-۳-۶- بدفهمی «اعداد اعشاری فقط تا صدم به حساب می‌آیند» یا به اختصار «تاصدم»

دانش‌آموزانی که دارای این بدفهمی هستند، رقم‌های اعشاری بعد از جایگاه صدم را حذف می‌کنند و یا اعداد اعشاری را مانند پول، طول و غیره به حساب می‌آورند. به عنوان مثال عدد ۱/۸ را به عنوان ۱/۸۰ متر در نظر می‌گیرند. اگر دو عدد اعشاری تا جایگاه صدم مساوی باشند، مانند اعداد ۴/۶۳ و ۴/۶۳۰۵ این دانش‌آموزان

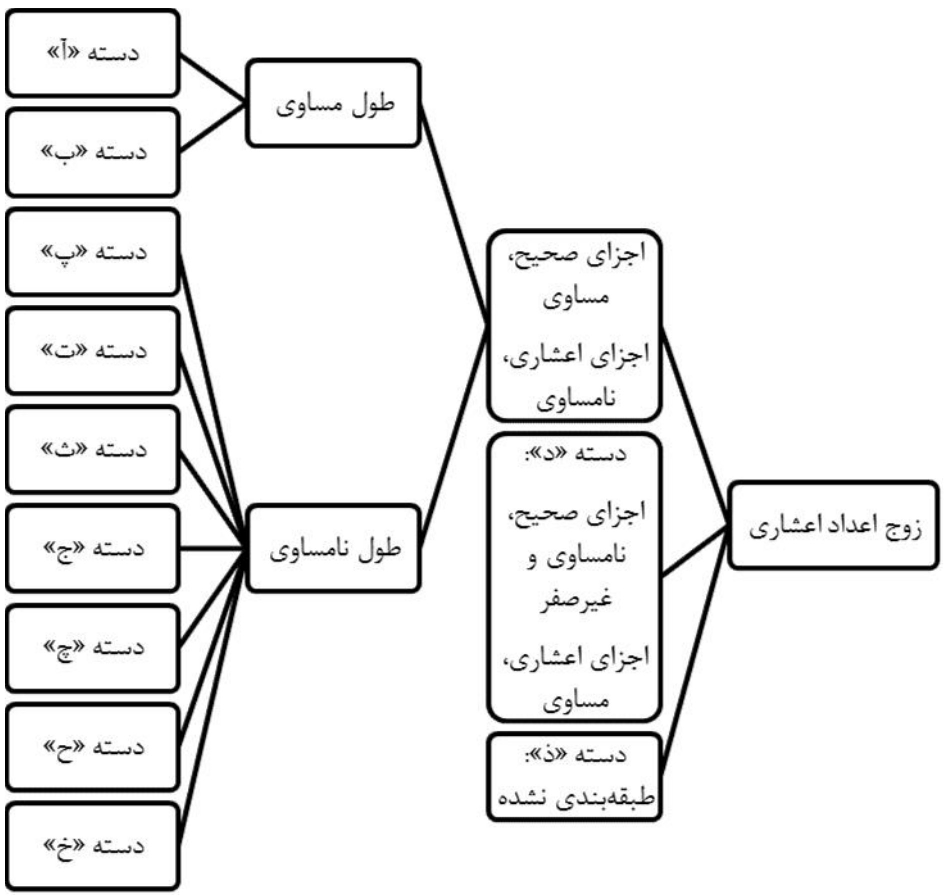
33 - *Reversal*
34 - *Negative Reasoning*
35 - *Shorter is Larger*

فقط می‌توانند حدس بزنند که کدامیک بیش‌تر است. نوع تفکری که منجر به این بدفهمی می‌شود را تفکر مرتبط با اندازه‌گیری یا تفکر پولی[۳۶] (استینل، ۲۰۰۴؛ بکمان، ۲۰۰۶) می‌نامند. در جدول ۸ برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «تا صدم[۳۷]» ارائه شده است.

جدول ۸، برخی از مثال‌های مرتبط با بدفهمی «تا صدم»

۱/۸ یعنی ۱ دلار و ۸ سنت یا ۱/۰۸ دلار
۴/۶۳ = ۴/۶۳۰۵ زیرا ۴/۶۳ یعنی ۴ متر و ۶۳ سانتی‌متر و ۴/۶۳۰۵ هم یعنی تقریباً ۴ متر و ۶۳ سانتی‌متر

شکل ۲، طبقه‌بندی ظاهری انواع زوج‌های اعداد اعشاری



در حوزه مقایسه اعداد اعشاری ابتدا باید انواع مختلف زوج اعداد اعشاری را مشابه شکل ۲ طبقه‌بندی کرد. این طبقه‌بندی بر اساس شباهت یا تفاوت در طول، جزء صحیح و جزء اعشاری و همچنین وجود صفر سمت راست و یا وجود صفر بعد از ممیز (در جایگاه دهم) است که در جدول ۹ ارائه شده است به عنوان مثال دسته آ شامل

36 - *Money Thinking*
37 - *Experts to the Hundredths*

زوج اعداد اعشاری است که طول برابر، جزء صحیح یکسان و جزء اعشاری متفاوت دارند و رقم سمت راست عدد کوچک‌تر، کم‌تر از رقم سمت راست عدد بزرگ‌تر است مانند اعداد ۴/۶۳,۴/۸۵. همچنین دسته ج شامل زوج اعداد اعشاری است که طول نابرابر، جزء صحیح و رقم دهم یکسان دارند ولی در سمت راست یکی از اعداد، رقم صفر وجود دارد و اعداد با هم برابرند مانند اعداد ۴/۶۳,۴/۶۳۰.

جدول ۹، طبقه‌بندی ظاهری انواع زوج‌های اعداد اعشاری با جزء صحیح یکسان برگرفته از (استینل و همکاران، ۲۰۰۲)

دسته	جزء اعشاری	طول	سایر ویژگی‌ها	مثال
آ	نامساوی	مساوی	رقم سمت راست عدد کوچک‌تر، کم‌تر از رقم سمت راست عدد بزرگ‌تر است.	۴/۶۳,۴/۸۵
ب	دهم‌ها نامساوی	مساوی	رقم سمت راست عدد کوچک‌تر، بیش‌تر از رقم سمت راست عدد بزرگ‌تر است.	۴/۶۳,۴/۵۸
پ	دهم‌ها نامساوی	نامساوی	عدد بزرگ‌تر، طول کم‌تری دارد.	۴/۶۳,۴/۸
ت	دهم‌ها نامساوی	نامساوی	عدد بزرگ‌تر، طول بیش‌تری دارد.	۴/۶۳,۴/۵
ث	دهم‌ها و صدم‌ها مساوی	نامساوی	عدد بزرگ‌تر، طول بیش‌تری دارد.	۴/۶۳,۴/۶۳۰۵
ج	دهم‌ها مساوی	نامساوی	یکی از اعداد، صفر سمت راست دارد. دو عدد برابرند.	۴/۶۳,۴/۶۳۰
چ	نامساوی	نامساوی	یکی از اعداد، صفر بعد از ممیز دارد. اگر صفر بعد از ممیز حذف شود، عدد بزرگ‌تر، کوچک‌تر می‌شود.	۴/۶۳,۴/۰۸۵
ح	نامساوی	نامساوی	یکی از اعداد، صفر بعد از ممیز دارد. اگر صفر بعد از ممیز حذف شود، عدد کوچک‌تر، بزرگ‌تر می‌شود.	۴/۶۳,۴/۰۵۸
خ	نامساوی	نامساوی	یکی از اعداد، صفر بعد از ممیز دارد. اگر صفر بعد از ممیز حذف شود، دو عدد برابر می‌شوند.	۴/۶۳,۴/۰۶۳

حال بر اساس طبقه بندی زوج اعداد اعشاری می‌توان دانش‌آموزان را بر اساس پاسخگویی به سؤالات طبقه‌بندی کرد. اگر دانش‌آموزی حداقل ٪۵۱ از اعداد هر دسته را به درستی مقایسه کند عنوان «قوی» را به او اختصاص می‌دهیم وگرنه عنوان «ضعیف» را به او اختصاص می‌دهیم و سپس نوع بدفهمی او را برحسب جدول ۱۰ تعیین می‌نماییم (برگرفته از استینل، ۲۰۰۴).

جدول ۱۰، طبقه‌بندی بدفهمی‌های دانش‌آموزان به کمک نتایج آزمون مقایسه اعداد اعشاری برگرفته از استینل (۲۰۰۴)

دسته آ	دسته ب	دسته پ	دسته ت	دسته ث	دسته ج	دسته چ	دسته ح	دسته خ	دسته د	نوع بدفهمی
قوی	قوی	ضعیف	قوی	قوی	ضعیف	ضعیف	قوی	ضعیف (مساوی)	قوی	اعشاری- حسابی
قوی	قوی	ضعیف	قوی	قوی	ضعیف	ضعیف	ضعیف	ضعیف (بزرگ‌تر)	قوی	بلندتر- بزرگ‌تر
قوی	قوی	ضعیف	قوی	قوی	ضعیف	قوی	قوی	قوی	قوی	بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء
ضعیف	ضعیف	قوی	ضعیف	ضعیف	ضعیف	قوی	ضعیف	ضعیف (مساوی)	قوی	اعشاری- کسری
ضعیف	ضعیف	قوی	ضعیف	ضعیف	ضعیف	قوی	قوی	قوی	قوی	کوتاه‌تر- بزرگ‌تر
قوی	قوی	قوی	قوی	ضعیف (مساوی)	قوی	قوی	قوی	قوی	قوی	تا صدم
قوی یا ضعیف									ضعیف	جزء صحیح

با توجه به مبانی نظری, در ادامه روش تحقیق مورد استفاده و نتایج حاصل از آن ارائه خواهد شد.

۳- روش تحقیق

در این پژوهش از روش‌های کمّی و کیفی برای جمع‌آوری داده‌ها و تحلیل آن‌ها استفاده شد. جامعه آماری این پژوهش، کلیه‌ی دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی شهرستان نیشابور در سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰ می‌باشد. دلیل برگزاری این آزمون در بین دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی، کشف برخی از بدفهمی‌های آنان در ارتباط با اعداد اعشاری بود. لذا آزمون‌ها بین ۲۰۳ نفر از دانش‌آموزان در دسترس، توزیع گردید. از این تعداد ۱۹۶ آزمون مورد قبول واقع شد. بقیه آزمون‌ها به دلیل ناقص بودن اطلاعات وارد شده توسط دانش‌آموزان، بررسی نشد. در این پژوهش، برای گردآوری داده‌ها از ابزار آزمون، شامل دو آزمون درک اعداد اعشاری و آزمون مقایسه اعداد اعشاری استفاده شد. برای تهیه سؤالات آزمون درک اعداد اعشاری، با استفاده از کتاب درسی ریاضی سال پنجم ابتدایی (سال تحصیلی ۹۰-۹۱)، مقالات مرتبط و آزمون‌های معتبری نظیر تیمز و تکس[۳۸] سؤالاتی انتخاب شد.

38 - TAKS (Texas Assessment of Knowledge and Skills)

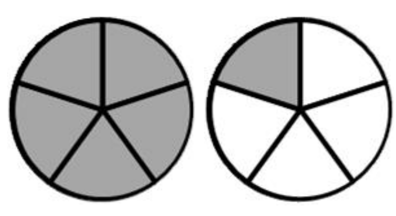
همچنین با توجه به اهداف مورد نظر، سؤالاتی توسط پژوهش‌گران به آن‌ها اضافه گردید. جمعاً برای سؤالات آزمون درک اعداد اعشاری ۱۰ سؤال طراحی شد. آزمون دوم نیز، شامل ۲۵ زوج از اعداد اعشاری است که بر مبنای آزمون مقایسه اعداد اعشاری استینل و همکاران (۲۰۰۲) طراحی گردید.

جهت روایی ابزارهای مورد استفاده در این پژوهش از روایی محتوایی استفاده شده است. روایی محتوایی آزمون‌ها توسط ۲ نفر از اساتید صاحب نظر در آموزش ریاضی، ۲ نفر از دانشجویان کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و ۲ نفر از معلمان سال پنجم ابتدایی مورد تأیید قرار گرفت. برای بررسی پایایی آزمون‌ها پس از اجرای آن‌ها در نمونه اولیه شامل ۲۵ نفر از دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از روش برآورد ضریب آلفای کرونباخ[۳۹] استفاده گردید. برای این منظور با استفاده از یکی از نرم‌افزارهای آماری[۴۰] ضریب آلفای کرونباخ برای آزمون درک اعداد اعشاری ۰/۷۵۳و برای آزمون مقایسه اعداد اعشاری ۰/۷۳۱ بدست آمدند که این مقدارها وضعیت مناسبی را در ارتباط با پایایی آزمون‌ها نشان می‌دهند.

در این پژوهش برای جمع آوری اطلاعات از روش‌های اسنادی و میدانی استفاده شده است. در روش میدانی برای پاسخ به سؤال پژوهشی با استفاده از آزمون‌ها، اطلاعات لازم از نمونه مورد مطالعه جمع‌آوری گردید. همچنین با هماهنگی و کسب مجوز از مسئولان آموزش و پرورش شهرستان نیشابور و مدیران مدارس، آزمون‌ها در ساعاتی که با آموزشگاه‌های مورد نظر هماهنگ شده بود، در بین دانش‌آموزان توزیع شد. ضمناً در شروع توزیع آزمون‌ها در هر کلاس، در ارتباط با اهمیت کار و نحوه پاسخگویی به آزمون‌ها به طور مختصر توضیحاتی ارائه گردید. مدت زمان پاسخگویی به آزمون‌ها توسط دانش‌آموزان از ۴۵ دقیقه تا ۶۰ دقیقه به طول انجامید. در این پژوهش برای تجزیه و تحلیل اطلاعات بدست آمده از روش آمار توصیفی در قالب جدول توزیع فراوانی استفاده گردید.

۴- یافته‌های پژوهش

۴-۱- سؤال ۱ درک اعداد اعشاری (بازنمایی هندسی)



شکل بالا کدام عدد اعشاری را نمایش می‌دهد؟

39 - *Cronbachs alpha*
40 - *SPSS*

الف) ۶/۵	ب) ۰/۶	ج) ۱۲/۰	د) ۱/۲

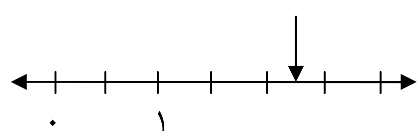
این سؤال درک دانش‌آموز را اینگونه می‌سنجد که بداند هر عدد اعشاری معادل کسری است که مخرج آن توانی از ۱۰ است. برای پاسخ به این سؤال دانش‌آموز به چندین روش می‌تواند به پاسخ درست دست یابد. به عنوان مثال با نوشتن کسری معادل با تصویر داده شده و سپس تبدیل آن به یک عدد اعشاری، پاسخ درست نتیجه می‌شود و یا با تقسیم هر بخش به دو قسمت، واحد به ۱۰ قسمت تقسیم شده و نوشتن آن به صورت یک عدد اعشاری به راحتی امکان پذیر خواهد بود. در سؤال ۱ تنها ٪۳۸ از دانش‌آموزان عدد ۱/۲ را به عنوان پاسخ انتخاب کرده‌اند و ٪۴۰ عدد ۰/۶ را به عنوان پاسخ برگزیده‌اند.

جدول ۱۱، یافته‌های مربوط به سؤال ۱ آزمون درک اعداد اعشاری

<table dir="rtl">
<tr><th colspan="2">نوع پاسخ‌های ارائه شده</th><th colspan="2">فراوانی</th><th colspan="2">درصد فراوانی</th></tr>
<tr><td>پاسخ صحیح</td><td>۱/۲</td><td colspan="2">۷۵</td><td colspan="2">۳۸</td></tr>
<tr><td rowspan="3">پاسخ‌های نادرست</td><td>۰/۶</td><td>۷۸</td><td rowspan="3">۱۲۱</td><td>۴۰</td><td rowspan="3">۶۲</td></tr>
<tr><td>۶/۵</td><td>۳۳</td><td>۱۸</td></tr>
<tr><td>۱۲/۰</td><td>۱۰</td><td>۵</td></tr>
<tr><td colspan="2">عدم پاسخگویی</td><td colspan="2">۰</td><td colspan="2">۰</td></tr>
<tr><td colspan="2">جمع کل</td><td colspan="2">۱۹۶</td><td colspan="2">۱۰۰</td></tr>
</table>

۴-۲- سؤال ۲ درک اعداد اعشاری (بازنمایی هندسی)

پیکان چه عددی را روی محور اعداد نمایش می‌دهد؟ آن را به صورت یک عدد اعشاری بنویسید.



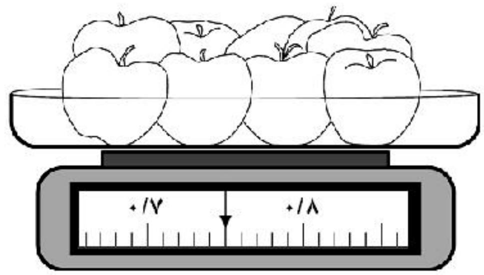
این سؤال درک دانش‌آموز را اینگونه می‌سنجد که بداند اعداد اعشاری را چگونه می‌توان روی محور اعداد نمایش داد. برای پاسخ به این سؤال دانش‌آموز به عنوان نمونه می‌تواند ابتدا اعداد ۲ و ۳ و سپس اعداد $\frac{1}{2}$ یا ۰/۵ و $\frac{3}{2}$ یا ۱/۵ و $\frac{5}{2}$ یا ۲/۵ را به درستی روی محور نشان دهد و در نهایت با نمایش $\frac{1}{4}$ها به پاسخ درست برسد. در سؤال ۲ تنها ٪۲۹ از دانش‌آموزان عدد ۲/۲۵ را به عنوان پاسخ نوشتند و ٪۵۱ آنان ۲/۵ را به عنوان پاسخ در نظر گرفتند.

جدول ۱۲، یافته‌های مربوط به سؤال ۲ آزمون درک اعداد اعشاری

نوع پاسخ‌های ارائه شده		فراوانی		درصد فراوانی	
پاسخ صحیح	۲/۲۵	۵۷		۲۹	
پاسخ‌های نادرست	۲/۵	۱۰۰	۱۲۹	۵۱	۶۶
	۰/۲۵	۱۵		۸	
	۲/۴	۱۳		۶	
	۵	۱		۱	
عدم پاسخگویی		۱۰		۵	
جمع کل		۱۹۶		۱۰۰	

۴-۳- سؤال ۳ درک اعداد اعشاری (بازنمایی هندسی)

ترازوی زیر چه عددی را نمایش می‌دهد؟ آن را به صورت یک عدد اعشاری نشان دهید.



این سؤال درک دانش‌آموز را اینگونه می‌سنجد که بداند بین هر دو عدد اعشاری عددی وجود دارد که از اولی بزرگ‌تر و از دومی کوچک‌تر است. برخی از دانش‌آموزان به طور نادرست، نصف دو عدد صحیح را به اعداد اعشاری تعمیم داده‌اند. در سؤال ۳ تنها ٪۱۷ از دانش‌آموزان عدد ۰/۷۵ را به عنوان پاسخ نوشتند، ٪۲۹ عدد ۷/۵ را به عنوان پاسخ ارائه کردند و ٪۲۴ عدد ۱/۵ را به عنوان پاسخ در نظر گرفتند.

جدول ۱۳، یافته‌های مربوط به سؤال ۳ آزمون درک اعداد اعشاری

نوع پاسخ‌های ارائه شده		فراوانی		درصد فراوانی	
پاسخ صحیح	۰/۷۵	۳۳		۱۷	
شایع‌ترین پاسخ‌های نادرست	۷/۵	۵۶	۱۵۵	۲۹	۶۹
	۱/۵	۴۸		۲۴	
	۰/۱۵	۳۲		۱۶	

	۰/۹	۶		۳	
سایر پاسخ‌های نادرست		۱۳		۷	
عدم پاسخگویی		۸		۴	
جمع کل		۱۹۶		۱۰۰	

۴-۴- سؤال ۴ درک اعداد اعشاری (بازنمایی عددی)

عدد «چهل + هشت صدم + پنج دهم» را بصورت یک عدد اعشاری نمایش دهید.

این سؤال درک دانش‌آموز از ارزش مکانی را اینگونه می‌سنجد که بداند چگونه می‌توان اعداد اعشاری را با حروف و رقم نمایش داد. بدفهمی در مفهوم ارزش مکانی. در سؤال ۴ تنها ٪۳۱ از دانش‌آموزان عدد ۴۰/۵۸ را به عنوان پاسخ نوشتند و ٪۲۳ آنان ۴۸/۵ را به عنوان پاسخ در نظر گرفتند.

جدول ۱۴، یافته‌های مربوط به سؤال ۴ آزمون درک اعداد اعشاری

نوع پاسخ‌های ارائه شده		فراوانی		درصد فراوانی	
پاسخ صحیح	۴۰/۵۸	۶۰		۳۱	
شایع‌ترین پاسخ‌های نادرست	۴۸/۵	۴۵	۱۲۹	۲۳	۶۵
	۴۰/۸۵	۲۹		۱۵	
	۴/۵۸	۱۴		۷	
	۰/۹۸	۱۴		۷	
	۴۰/۰۸/۵	۱۴		۷	
	۴۰/۱۳	۷		۴	
سایر پاسخ‌های نادرست		۶		۳	
عدم پاسخگویی		۷		۴	
جمع کل		۱۹۶		۱۰۰	

۴-۵- سؤال ۵ درک اعداد اعشاری (ارزش مکانی)

عدد ۱۴/۰۲۵ چند برابر عدد ۱/۴۰۲۵ است؟

این سؤال درک دانش‌آموز از ارزش مکانی و نیز تأثیر ضرب در توان‌های ۱۰ را می‌سنجد. در سؤال ۵ تنها ٪۱۱ از دانش‌آموزان عدد ۱۰ را به عنوان پاسخ نوشتند و ٪۴۴ آنان «مساوی» و یا «۱ برابر» را به عنوان پاسخ در نظر گرفتند.

جدول ۱۵، یافته‌های مربوط به سؤال ۵ آزمون درک اعداد اعشاری

نوع پاسخ‌های ارائه شده		فراوانی		درصد فراوانی	
پاسخ صحیح	۱۰	۲۱		۱۱	
شایع‌ترین پاسخ‌های نادرست	مساویند یا ۱ برابر	۸۶	۱۶۰	۴۴	۸۱
	۱۴	۳۴		۱۷	
	۲	۱۱		۶	
سایر پاسخ‌های نادرست		۲۹		۱۵	
عدم پاسخگویی		۱۵		۸	
جمع کل		۱۹۶		۱۰۰	

۴-۶- سؤال ۶ درک اعداد اعشاری (بازنمایی عددی)

کسر $\frac{۷}{۱۰}$ برابر کدام عدد است؟

الف) ۷۰ ب) ۰/۷ ج) ۰/۰۷ د) ۷

این سؤال توانایی دانش‌آموز را در ترجمه یک بازنمایی به بازنمایی دیگر نمایش می‌دهد. در سؤال ۶ تنها ٪۵۰ از دانش‌آموزان عدد ۰/۷ را به عنوان پاسخ انتخاب کردند و ٪۳۳ آنان ۷۰ را به عنوان پاسخ در نظر گرفتند.

جدول ۱۶، یافته‌های مربوط به سؤال ۶ آزمون درک اعداد اعشاری

نوع پاسخ‌های ارائه شده		فراوانی		درصد فراوانی	
پاسخ صحیح	۰/۷	۹۸		۵۰	
پاسخ‌های نادرست	۷۰	۶۴	۹۸	۳۳	۵۰
	۰/۰۷	۳۴		۱۷	
عدم پاسخگویی		۰		۰	
جمع کل		۱۹۶		۱۰۰	

۴-۷- سؤال ۷ درک اعداد اعشاری (بازنمایی عددی)

عدد اعشاری ۳/۰۶۲ را به صورت کسری نمایش دهید.

این سؤال توانایی دانش‌آموز را در تبدیل اعداد اعشاری به کسرها می‌سنجد. در سؤال ۷ تنها ٪۳۵ از دانش‌آموزان عدد $\frac{۳۰۶۲}{۱۰۰۰}$ یا $۳\frac{۶۲}{۱۰۰۰}$ را به عنوان پاسخ نوشتند، ٪۱۷ عدد $\frac{۳۶۲}{۱۰۰}$ یا $۳\frac{۶۲}{۱۰۰}$ را به عنوان پاسخ در نظر گرفتند و ٪۱۷ عدد $\frac{۳۶۲}{۱۰۰۰}$ را به عنوان پاسخ نوشتند.

جدول ۱۷، یافته‌های مربوط به سؤال ۷ آزمون درک اعداد اعشاری

نوع پاسخ‌های ارائه شده		فراوانی		درصد فراوانی	
پاسخ‌های صحیح	$\frac{۳۰۶۲}{۱۰۰۰}, ۳\frac{۶۲}{۱۰۰۰}, ۳\frac{۰۶۲}{۱۰۰۰}$	۶۹		۳۵	
شایع‌ترین پاسخ‌های نادرست	$\frac{۳۶۲}{۱۰۰}, ۳\frac{۶۲}{۱۰۰}$	۴۵	۱۲۶	۲۳	۶۴
	$\frac{۳۶۲}{۱۰۰۰}$	۳۳		۱۷	
	۳/۰۶۲	۲۹		۱۵	
	$\frac{۳۰۶۲}{۱۰۰}$	۶		۳	
	$\frac{۳/۰۶۲}{۱۰۰۰}$	۸		۴	
سایر پاسخ‌های نادرست		۵		۳	
عدم پاسخگویی		۱		۱	
جمع کل		۱۹۶		۱۰۰	

۴-۸- سؤال ۸ درک اعداد اعشاری (ارزش مکانی)

کدام یک از عددهای زیر به ۱۰ نزدیک تر است؟
الف) ۰/۱۰ ب) ۹/۹۹ ج) ۱۰/۱۰ د) ۱۰/۹۰

در سؤال ۸ تنها ٪۲۶ از دانش‌آموزان عدد ۹/۹۹ را به عنوان پاسخ انتخاب کردند، ٪۴۴ آنان ۰/۱۰ را به عنوان پاسخ در نظر گرفتند و ٪۲۱ آنان ۱۰/۱۰ را به عنوان پاسخ انتخاب کردند.

جدول ۱۸، یافته‌های مربوط به سؤال ۸ آزمون درک اعداد اعشاری

نوع پاسخ‌های ارائه شده		فراوانی	درصد فراوانی
پاسخ‌های صحیح	۹/۹۹	۵۱	۲۶

پاسخ‌های نادرست	۰/۱۰	۸۶	۱۴۳	۴۴	۷۲
	۱۰/۱۰	۴۲		۲۱	
	۱۰/۹۰	۱۵		۸	
عدم پاسخگویی			۲		۱
جمع کل			۱۹۶		۱۰۰

۴-۹- سؤال ۹ درک اعداد اعشاری (مقایسه اعداد اعشاری با یکدیگر)

> برای هر زوج از این اعداد اعشاری، دور عدد بزرگ‌تر خط بکشید و در صورت تساوی، علامت مساوی (=) بین آن دو قرار دهید.
>
> الف) ۳/۷۲ — ۳/۰۷۲   ب) ۰/۲۵ — ۰/۱۰۰   ج) ۲/۰۰۵۳ — ۲/۰۶
>
> د) ۰/۰۲ — ۰/۲۰   ه) ۰/۲۵ — ۰/۲۵۰

جدول ۱۹، یافته‌های مربوط به سؤال ۹ آزمون درک اعداد اعشاری

	نوع پاسخ‌های ارائه شده					فراوانی	درصد فراوانی	بدفهمی‌های احتمالی
	الف	ب	ج	د	ه			
پاسخ‌های صحیح	۳/۷۲	۰/۲۵	۲/۰۶	۰/۲۰	مساوی	۴۱	۲۱	کوتاه‌تر- بزرگ‌تر تا صدم
شایع‌ترین پاسخ‌های نادرست	۳/۷۲	۰/۲۵	بی‌پاسخ	۰/۰۲	مساوی	۲	۱	
	۳/۷۲	۰/۲۵	بی‌پاسخ	۰/۲۰	مساوی	۵۰	۲۵	تا صدم
	۳/۰۷۲	۰/۲۵	۲/۰۶	۰/۲۰	مساوی	۲۳	۱۱	
	۳/۰۷۲	۰/۲۵	۲/۰۶	مساوی	مساوی	۲	۱	
	۳/۰۷۲	۰/۲۵	بی‌پاسخ	۰/۲۰	مساوی	۲	۱	
	۳/۷۲	۰/۱۰۰	۲/۰۶	۰/۲۰	مساوی	۲۳	۱۱	بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء تا صدم
	۳/۷۲	۰/۲۵	۲/۰۰۵۳	۰/۲۰	مساوی	۱	۱	
	۳/۰۷۲	۰/۲۵	۲/۰۰۵۳	۰/۲۰	مساوی	۱۹	۹	بلندتر- بزرگ‌تر تا صدم
	۳/۰۷۲	۰/۱۰۰	۲/۰۶	۰/۲۰	مساوی	۱	۱	
	۳/۰۷۲	۰/۲۵	۲/۰۶	۰/۲۰	۰/۲۵۰	۱	۱	
	۳/۷۲	۰/۲۵	۲/۰۶	۰/۲۰	۰/۲۵۰	۸	۳	بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء کوتاه‌تر- بزرگ‌تر تا صدم
	۳/۰۷۲	۰/۲۵	۲/۰۰۵۳	۰/۰۲	۰/۲۵	۸	۳	اعشاری- کسری کوتاه‌تر- بزرگ‌تر

	۳/۰۷۲	۰/۱۰۰	۲/۰۰۵۳	۰/۲۰	۰/۲۵۰	۳	۱	اعشاری- حسابی بلندتر- بزرگ‌تر بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء
	۳/۷۲	۰/۱۰۰	۲/۰۶	۰/۲۰	۰/۲۵۰	۲	۱	اعشاری- حسابی بلندتر- بزرگ‌تر بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء تا صدم
	۳/۰۷۲	۰/۱۰۰	بی‌پاسخ	۰/۲۰	مساوی	۲	۱	بلندتر- بزرگ‌تر
سایر پاسخ‌های نادرست						۸	۴	
عدم پاسخگویی						۰	۰	
جمع کل						۱۹۶	۱۰۰	

۴-۱۰- سؤال ۱۰ درک اعداد اعشاری (مرتب کردن اعداد اعشاری)

اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

۲/۵ — ۰/۵۶۵ — ۴/۲۵ — ۰/۶

توضیح دهید عدد کوچک‌تر را چگونه انتخاب کرده‌اید؟

در سؤال ۱۰ تنها ٪۳۳ از دانش‌آموزان اعداد را به درستی مرتب کردند. همچنین در این سؤال ٪۴۴ از دانش‌آموزان عدد ۰/۵۶۵ را به عنوان کوچک‌ترین عدد انتخاب کردند و ٪۵۲ عدد ۰/۶ را به عنوان کوچک‌ترین عدد در نظر گرفتند.

جدول ۲۰، یافته‌های مربوط به سؤال ۱۰ آزمون درک اعداد اعشاری

نوع پاسخ‌های ارائه شده از کوچک به بزرگ از راست به چپ					فراوانی	درصد فراوانی	بدفهمی‌های احتمالی
پاسخ‌های صحیح	۰/۵۶۵	۰/۶	۲/۵	۴/۲۵	۶۵	۳۳	اعشاری- کسری کوتاه‌تر- بزرگ‌تر تاصدم
پاسخ‌های نادرست	۰/۶	۰/۵۶۵	۲/۵	۴/۲۵	۶۷	۳۴	اعشاری- حسابی بلندتر- بزرگ‌تر بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء
	۰/۶	۲/۵	۰/۵۶۵	۴/۲۵	۳۰	۱۵	جزء صحیح

	۰/۵۶۵	۴/۲۵	۲/۵	۰/۶	۲۲	۱۱	
	۴/۲۵	۲/۵	۰/۶	۰/۵۶۵	۴	۳	
	۰/۶	۰/۵۶۵	۴/۲۵	۲/۵	۲	۱	
	۰/۶	۲/۵	۴/۲۵	۰/۵۶۵	۲	۱	
	۴/۲۵	۰/۶	۲/۵	۰/۵۶۵	۲	۱	
	۲/۵	۰/۶	۰/۵۶۵	۴/۲۵	۲	۱	
عدم پاسخگویی					۰	۰	
جمع کل					۱۹۶	۱۰۰	

پاسخ دانش‌آموزان به قسمت دوم سؤال ۱۰ و برخی از دلایل آنان در پاسخ به این سؤال در جدول ۲۱ ارائه شده است.

جدول ۲۱، یافته‌های مربوط به سؤال ۱۰ آزمون درک اعداد اعشاری

	کوچک‌ترین عدد انتخاب شده	**برخی از دلایل دانش‌آموزان از این انتخاب**	**فراوانی**	**درصد فراوانی**
پاسخ‌های صحیح	۰/۵۶۵	**چون کوچک‌تر است.**	۸۷	۴۴
پاسخ‌های نادرست	۰/۶	**چون دهم است و دهم کوچک است.**	۱۰۱	۵۲
	۴/۲۵	**چون اعشاری است مثل کسر اگر بزرگ باشد کوچک است.**	۶	۳
	۲/۵	**چون ۲ از ۴ و ۵ و ۶ کوچک‌تر است.**	۲	۱
عدم پاسخگویی			۰	۰
جمع کل			۱۹۶	۱۰۰

۴-۱- سؤالات آزمون مقایسه اعداد اعشاری

برای هر دسته از اعداد اعشاری زیر، دور عدد بزرگ‌تر خط بکشید:

۳/۴۵ – ۷/۴۵   ۲/۶۲۱ – ۲/۰۶۸۷۹۸۶

۴/۸ – ۴/۶۳   ۸/۰۵۲۵۲۷۳ – ۸/۵۱۴

۰/۵ – ۰/۳۶   ۴/۴۵۰۲ – ۴/۴۵

۰/۷۵ – ۰/۸   ۱۷/۳۵۳ – ۱۷/۳۵

٠/٢١۶ – ٠/٣٧	٨/٢۴۵۶٣ – ٨/٢۴۵
٣/۴٨١٣ – ٣/٩٢	٣/٢۶ – ٣/٢۶١٨
۵/٧٣۶ – ۵/۶٢	٠/۴ – ٠/٣
٠/٧۵ – ٠/۵	١/٨۴ – ١/٨۵
٠/٣ – ٠/۴٢۶	٣/٧۴۶ – ٣/٧۴١
٢/٨٣٢۵ – ٢/۵١۶	٠/۴٢ – ٠/٣۵
٧/٩۴٢ – ٧/۶٣	٢/٩۵۴ – ٢/١٨۶
۴/٧ – ۴/٠٨	٠/٨٧٢ – ٠/٨١٣
٣/٠٧٣ – ٣/٧٢	

در این آزمون تنها ١١ درصد از دانش‌آموزان تمام مقایسه‌ها را بدرستی انجام داده‌اند. در نهایت پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات دو آزمون بررسی شد و یافته‌های بدست آمده در جدول ٢١ ترکیب شد.

جدول ٢١، یافته‌های مربوط به سؤالات آزمون‌های اعداد اعشاری

نوع بدفهمی	**شماره سؤال**	**درصد دانش‌آموزان دارای بدفهمی در این سؤال**	**درصد دانش‌آموزان دارای این بدفهمی**
بازنمایی هندسی	١	۶٢	۶٠
	٢	۶٧	
	٣	۶٩	
ارزش مکانی	۵	٨١	٧٠
	٨	٧٢	
بازنمایی عددی	۴	۶۵	۵٧
	۶	۵٠	
	٧	۶۴	
مقایسه	٩	٧٩	٨١
	آزمون مقایسه	٨٩	
مرتب کردن	١٠	۶٧	۶٧

همچنین بر اساس نتایج بدست آمده ٪٢٣ از دانش‌آموزان نمونه مورد بررسی دارای بدفهمی «اعشاری-حسابی»، ٪۴۶ بدفهمی «بلندتر- بزرگ‌تر»، ٪۴ بدفهمی «بلندتر- بزرگ‌تر با استثناء»، ٪۴۵ بدفهمی

«اعشاری- کسری»، ٪۶ بدفهمی «کوتاه‌تر- بزرگ‌تر»، ٪۳ بدفهمی «تا صدم» و ٪۳ نیز دارای بدفهمی «جزء صحیح» باشند.

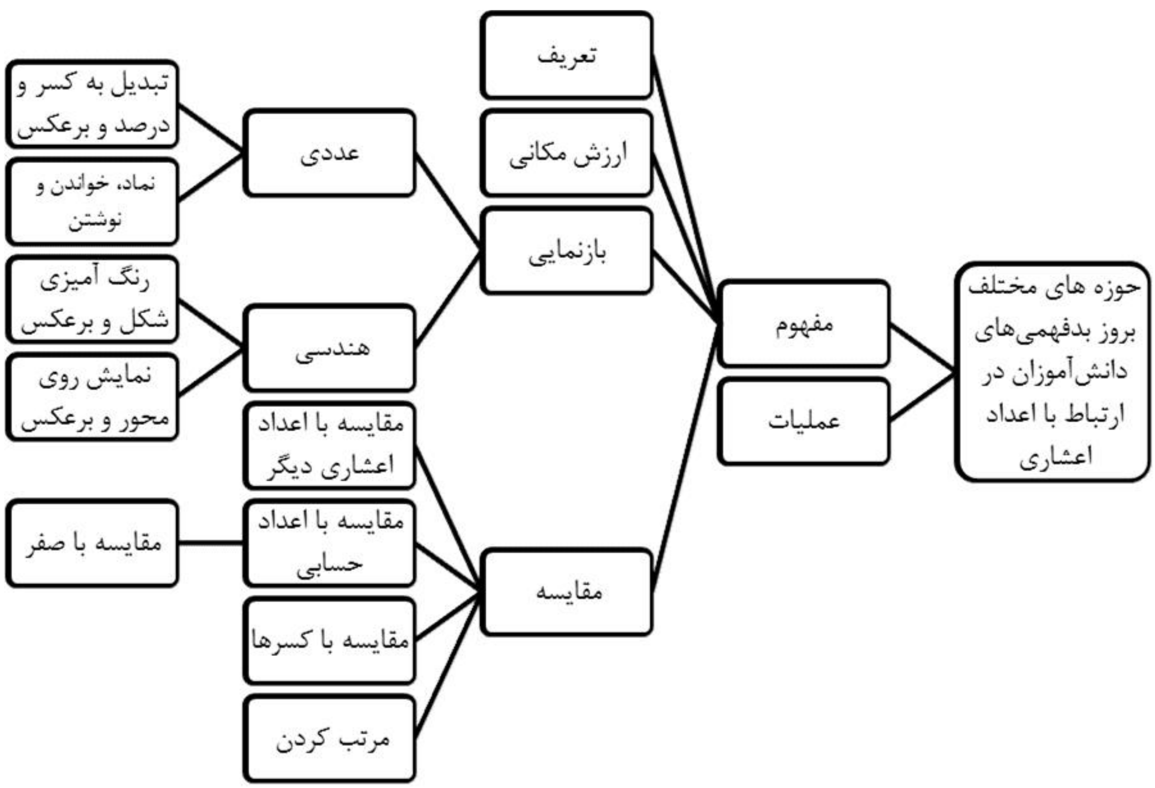
اکنون به کمک مبانی نظری و نتایج حاصل از این پژوهش به سوال پژوهش پاسخ خواهیم داد.

دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی در ارتباط با اعداد اعشاری با چه بدفهمی‌هایی روبرو هستند؟

برای پاسخ به این سؤال، داده‌های بدست آمده از آزمون‌های درک اعداد اعشاری و مقایسه اعداد اعشاری به صورت توصیفی تجزیه و تحلیل شدند. بر اساس نتایج بدست آمده پیش‌بینی می‌شود که ٪۴۶ از دانش‌آموزان نمونه مورد بررسی دارای بدفهمی بلندتر- بزرگ‌تر و ٪۴۵ نیز دارای بدفهمی اعشاری-کسری باشند که این دو بدفهمی در پژوهش‌های پیشین نیز بیشترین فراوانی را شامل بوده‌اند. به طور کلی یافته‌ها نشان می‌دهند که ٪۸۹ دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی در ارتباط با اعداد اعشاری بدفهمی‌هایی دارند.

بر طبق مطالعات پیشین و نتایج حاصل از این پژوهش می‌توان انواع حوزه‌های بروز بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با اعداد اعشاری را در یک نمودار مشابه شکل ۳ نمایش داد.

شکل ۳، طبقه‌بندی انواع حوزه‌های بروز بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با اعداد اعشاری



۴- بحث و نتیجه گیری

از طریق برگزاری آزمون‌های دیگر و انجام مصاحبه با دانش‌آموزان می‌توان نتایج این آزمون‌ها را بررسی نمود. به منظور توسعه درک مفهومی‌دانش‌آموزان از عدد اعشاری و جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها در ارتباط با اعداد اعشاری، به معلمان ریاضی پیشنهاد می‌شود که در طراحی هر واحد درسی به بدفهمی‌های دانش‌آموزان توجه کنند و با مطالعه کتاب‌ها و مقالات مرتبط، با روش‌های موثر برای رفع بدفهمی‌های دانش‌آموزان آشنا شوند. همچنین به پژوهشگران پیشنهاد می‌شود که بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با اعداد اعشاری را در مقاطع تحصیلی مختلف و از نظر طولی مورد بررسی قرار دهند.

مراجع

باتل، گیل (۱۳۸۹). روش تدریس ریاضی در دوره ابتدایی، (مترجم: شهرناز بخشعلی زاده)، چاپ اول. تهران، انتشارات سمت، نشر اثر اصلی، ۲۰۰۵.

پورعظیما، زهرا؛ ریحانی، ابراهیم و بخشعلی‌زاده، شهرناز (۱۳۹۱). دانش‌آموزان در ارتباط با اعداد اعشاری چگونه می اندیشند؟، مجموعه چکیده مقالات چهارمین همایش ملی آموزش، تهران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، اردیبهشت، ۲۷ و ۲۸، ص ۳۱۸.

گویا، زهرا و حسام، عبداله (۱۳۸۴). نقش طرحواره‌ها در شکل‌گیری بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان، رشد آموزش ریاضی، ۲۳، ۴-۱۶.

Amar Sadi (2007). Misconceptions in Numbers. UGRU Journal.

Baturo, Annette R. and Cooper, Thomas J. (1995) Strategies for comparing decimal numbers with the same whole-number part. In: Proceedings of the18th Annual Conference Of The Mathematics Education Research Group Of Australia, 1995, Northern Territory University, Darwin, North Territories.

Beckmann, S. (2006). Class Activity 0A: Misconceptions in Comparing Decimal Numbers. Mathematics for Elementary Teachers, 2nd edition, copyright c Pearson Education.

Irwin, K. C. (2001). Using everyday knowledge of decimals to enhance understanding. Journal for Research in Mathematics Education, 32, 399e420.

Isotani, S., McLaren, B., Altman, M. (2010). Towards Intelligent Tutoring with Erroneous Examples: A Taxonomy of Decimal Misconceptions. Proc. of the Int. Conference on Intelligent Tutoring Systems. LNCS 6095, pp. 346-348 Springer, Heidelberg.

Moloney, K. & Stacey, K. (1997). Changes with Age in Students' Conceptions of Decimal

Notation. Mathematics Education Research Journal, 9(1), 25-38.

Roche, A. & Clarke, D. (2004). When does successful comparison of decimals reflect conceptual understanding? In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds), Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010 (Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 486–493). Townsville: MERGA.

Ryan, J. & Williams, J. (2007). Children's mathematics 4-15: learning from errors and misconceptions. Open University Press.

Soygür, M. (2008). Misconceptions of students in algebra lessons: an investigation of the issue in the middle schools of the TRNC.

Steinle, V., Stacey, K., & Chambers, D. (2002). Teaching and Learning about Decimals [CD-ROM]: Department of Science and Mathematics Education, The University of Melbourne. Online sample http://extranet.edfac.unimelb.edu.au/DSME/decimals/

Steinle, V. (2004). Changes with Age in Students' Misconceptions of Decimal Numbers. Unpublished PhD thesis, University of Melbourne, Melbourne.