

فصل چهارم - جبر و معادله

راهنمای معلم - ریاضی هشتم

نگاه کلی به فصل

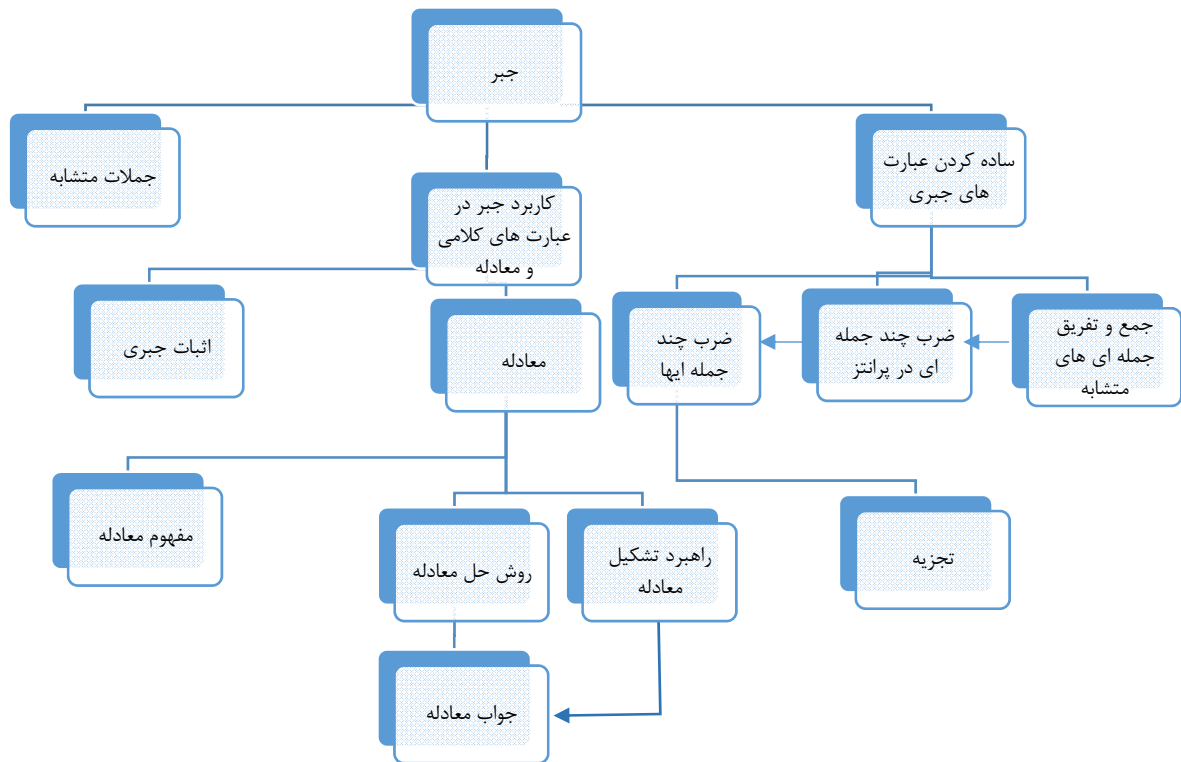
در پایه هفتم دانش آموزان با جبر و معادله آشنا شده اند. ع درس این فصل به یادآوری مطالب هفتم و ساده کردن عبارت های جبری و معادله می پردازد.

درس با عبارت های کلامی به جبری شروع شده و با ارائه الگوهای مختلف یک شکل به بیان نحوه ساده کردن عبارت های جبری می پردازد.

سپس با جمع و تفریق جملات متشابه و پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری و استفاده از عبارت جبری در بیان مساحت دنبال می شود.

در ادامه کمی هم بر لزوم اثبات های جبری تأکید می شود. دانش آموزان باید درک کنند که مثال های متعدد دلیل بر درستی فرضیه های همه ی اعداد نیست.

سپس تجزیه عبارت های جبری و معادله بیان می شود. در قسمت معادله، حل معادله با ضریب کسری آموزش داده می شود.



تصویر عنوانی

جبر به معنی جبران کردن (برای ایجاد تعادل) هم می باشد. خوارزمی در کتاب «جبر و معادله» جبر را به معنای (جبران کردن) می گرفت. شبیه این جمله سعدی که «در جبر خاطر مسکین، بار بگردانی.» «مقابله» را به معنای حذف جمله های برابر در دو طرف معادله می گرفت. الکلنگ نماد بنایی از برقراری تعادل است.

دانستی هایی برای معلم

جبر و معادله

واژه‌ی «جبر» از نام کتاب محمد فرزند موسی مشهور به خوارزمی به نام «جبر و مقابله» گرفته شده است. در همه زبان ها این دانش را «جبر» می نامند.

خوارزمی در زمان مأمون عباسی می زیست. نخستین کسی است که کتاب مستقلی درباره جبر نوشت. این ریاضی دان و اخترشناس ایرانی، کتاب خود را به این قصد نوشت که راه حل معادله های درجه اول و درجه دوم را که در عمل و برای محاسبه و تقسیم ارث لازم بود، نشان دهد.

به زبان ریاضیات امروز، جبر به معنای انتقال جمله منفی از یک طرف برابری، به طرف دیگر است. «مقابله» (یعنی مقابل قرار دادن) را هم به معنای حذف جمله های برابر در دو طرف معادله می گرفت.

البته خوارزمی و ریاضیدانان بعد از او (که جبر را عمومی کرده)، حساب می دانستند. مثل کرجی، خیام و جمشید کاشانی.

این دانشمندان از حرف و نشانه ها برای نوشتن دستورها و فرمول ها استفاده نمی کردند و همه چیز را با زبان گفتار، بدون هیچ نمادی، شرح می دادند. نمادها خیلی بعد پیدا شد. برای نمونه، نماد برابری (=) در سده شانزدهم میلادی و به وسیله «روبرت رکورد» پزشک انگلیسی (۱۵۱۰-۱۵۵۸) که به ریاضیات هم علاقه داشت وارد ریاضیات شد.

در این باره خود «رکورد» می نویسد: «هیچ چیز، مانند دو پاره‌خط راست موازی و کوتاه، نمی تواند مفهوم برابری را برساند.»
با این وجود، مدتی لازم بود تا این نماد، عمومی شود.
برای نمونه:

«رنه دکارت» ریاضیدان و فیلسوف فرانسوی (۱۶۵۰-۱۵۹۶) که نزدیک به صد سال بعد از «رکورد» می زیست، برای برابری از نشانه دیگری استفاده می کرد.
نمادهای ساده ای که برای جمع (+) یا تفریق (-) به کار می بریم، برای نخستین بار در سال ۱۶۸۲ میلادی، در کتاب «حساب» اولبریخت واگنر و سپس در کتاب «رساله‌ای درباره حساب» یوهان دیدمان به کار برده شد.

(این دو ریاضیدان آلمانی بودند و کتاب های آنها در لایپزیک چاپ شد.)

خوارزمی، مجهول را «شیء» می نامید و همین واژه، وقتی به زبان های لاتینی رفت، « x » نامیده شد.

ابتدا «فرانسوا ویت» (۱۶۰۳-۱۵۴۰) برای مجهول و هم ضریب های عددی از حرف های الفبای لاتینی استفاده کرد و «دکارت» هم که پس از او می زیست، همین روش را پذیرفت و حرف نخست الفبا یعنی a و b و ... را برای مقادیر معلوم و حرف های آخر الفبا را برای مقادیر مجهول به کار برد.

سپس «لایب نیتس» ریاضیدان آلمانی (۱۷۱۶-۱۶۴۶) و نیوتن ریاضیدان و فیزیکدان انگلیسی در شکل گیری نمادها، نقش داشتند.

خوارزمی برای ضریب‌ها از عددهای درست و مثبت استفاده می‌کرد و به ریشه‌های منفی کاری نداشت.

در کتاب خوارزمی برای حل معادله به جز روش جبری، از روش‌های هندسی هم استفاده شده است.

«خیام» به جز معادله درجه دوم به گونه‌های مختلف معادله درجه سوم هم پرداخته است. (البته بیش‌تر به کمک هندسه جواب مثبت را به دست آورده است.) در مصر و بابل کهن و همچنین در دوران‌های جدیدتر در هند، با مقدمه‌های جبر آشنا بودند. با توجه به داده‌های مسئله می‌توانستند معادله را تشکیل دهند و برخی از گونه‌های آن را حل کنند. البته آن‌ها هم از حرف‌های الفبا برای نشان دادن مجهول و داده‌ها آگاهی نداشتند و نمی‌دانستند معادله را به صورت کلی خود تنظیم کنند.

در دوران ریاضیات کاربردی، عنصرهای جبری همچون x دانش حساب شمرده می‌شد. با وجود این، به ویژه بابلی‌ها به مرز بالایی از جبر رسیده بودند و می‌توانستند مسئله‌های عملی را که منجر به گونه‌هایی از معادله درجه دوم و در بعضی حالت‌ها، حتی درجه سوم شود، حل کنند. ریاضی‌دانان ایرانی، به معادله‌های بالاتر از درجه سوم اعتقادی نداشتند؛ زیرا فضای طبیعی را سه بعدی می‌دانستند و چون در فضا بیش از سه بعد نداریم، برای a^4 و a^5 و غیره معنایی قائل نبودند.

نخستین کسی که ریشه‌هایی مثبت معادله را در کنار ریشه‌های منفی آن، به حساب آورد. «کاردان» ریاضیدان ایتالیایی (۱۵۷۶-۱۵۰۱ میلادی) بود. او ریشه‌های منفی را «ساختگی» نامید و آن‌ها را قابل توجه نمی دانست.

مسیرهایی برای توسعه

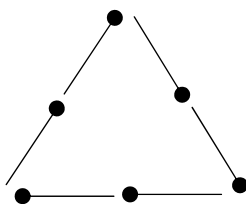
دنباله عددی یک، دو، سه، ... را در نظر بگیرید! این دنباله را می توان با الگوهای گوناگونی ادامه داد: مثلاً:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$$

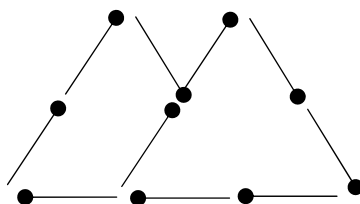
$$1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$$

وقتی یک سری عدد به دنبال هم می آیند، بدون آن که به مفهوم مشخصی مرتبط باشند نمی توان دلیل قابل اثباتی برای چگونگی ادامه آن‌ها ارائه کرد. برخی از الگوهای چوب کبریتی و شکلی می توانند تا حدودی روند ادامه یک الگوی عددی را توجیه کنند ضمن آن که فرصتی برای تعمیم الگو با روش‌های مختلف در اختیار دانش‌آموزان قرار می دهند. در هر یک از مسأله‌هایی که در اینجا آمده است یک الگوی چوب کبریتی یا شکلی معرفی شده است، طرح این نوع مسئله‌ها می تواند مسیر خوبی برای توسعه تفکر جبری دانش‌آموزان باشد.

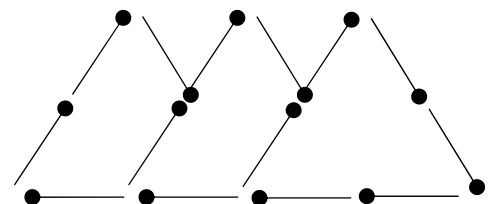
۱- الگوی چوب کبریتی زیر را به همین ترتیب ادامه می دهیم:



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

الف) جدول زیر را پر کنید:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	...	۱۰
تعداد							
چوب کبریت‌ها							

ب) تعداد چوب کبریت‌های لازم برای ساختن یکی از شکل‌ها ۳۰۲ تا است، چند چوب کبریت برای ساختن شکل بعدی لازم است؟ شکل بعدی چطور؟

ج) چگونه می‌توانیم تعداد چوب کبریت‌های لازم برای ساختن شکل n ام را پیدا کنیم؟

د) الگویی را که در قسمت (ج) توضیح داده‌اید، با یک عبارت جبری نمایش دهید.

ه) پاسخ قسمت (ب) را در عبارت قسمت (د) پیدا کنید.

و) جدول زیر را پر کنید.

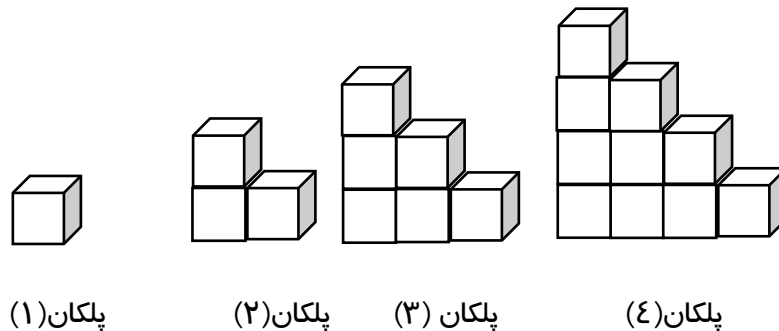
شماره شکل	11	17			
تعداد			94	98	202
چوب کبریت‌ها					

ز) اگر تعداد چوب کبریت‌های بکار رفته در ساخت یک شکل را بدانیم، چگونه

می‌توانیم شماره آن شکل را پیدا کنیم؟

ح) آیا با هر تعداد چوب کبریت دلخواه می توانیم یکی از شکل های الگوی بالا را بسازیم؟ توضیح دهید.

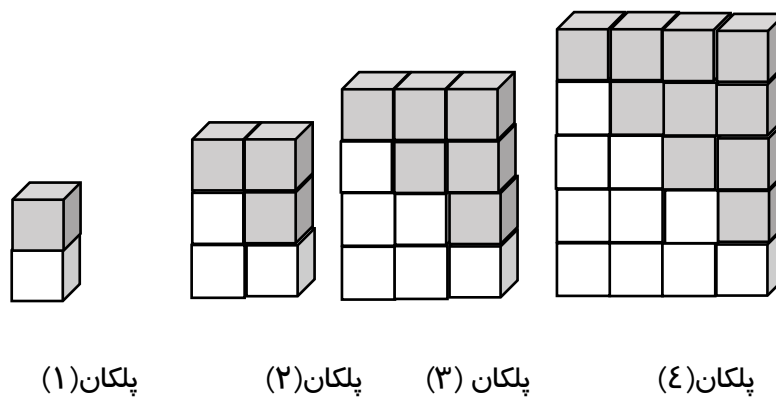
۲- ساختن پلکان ها را به همین ترتیب ادامه می دهیم:



الف) می دانیم 37401 مکعب برای ساختن پلکان 273 ام لازم است. چند مکعب برای ساختن پلکان بعدی لازم است؟ پلکان بعدی چطور؟

ب) چه تفاوتی میان پاسخ قسمت الف) این مسأله و قسمت ب) مسأله قبل مشاهده می کنید؟ توضیح دهید.

ج) با توجه به شکل های زیر توضیح دهید چگونه می توانیم تعداد مکعب های لازم برای ساختن پلکان n ام را پیدا کنیم. این الگو را با یک عبارت جبری نمایش دهید.



همچنین طرح مسائلی که مشابه مسائل زیر باشد، مسیر مناسبی برای توسعه‌ی استفاده از عبارت های جبری و معادله است.

- اگر بدانیم روز اول فروردین چند شنبه است، می خواهیم بدانیم روز a از ماه b چند شنبه خواهد بود؟

راه حل: هر روز هفته را از ۰ تا ۶ شماره گذاری می کنیم و c می نامیم. عبارت جبری مناسب برای این مسئله در دو حالت به دست می آید:

حالت اول: اگر این روز در شش ماهه اول سال باشد: باقیمانده عبارت زیر به عدد ۷ نمایشگر روز هفته است: $(b - 1) \times 3 + a + c - 1$

مثال: اگر بدانیم روز اول فروردین جمعه است، روز هفدهم تیرماه چندشنبه است؟

	چهارشنبه ۴	دوشنبه ۲	شنبه ۰
جمعه ۶	پنج شنبه ۵	سه شنبه ۳	یک شنبه ۱

$$\left. \begin{array}{l} a = 17 \\ b = 4 \\ c = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow (4 - 1) \times 3 + 17 + 6 - 1 = 31 \Rightarrow 31 \mid 7$$

28
 $\overline{3}$ 4
 یعنی سه شنبه است

حالت دوم: اگر این روز در شش ماهه دوم سال باشد: باقی مانده عبارت

زیر بر عدد ۷ نمایشگر روز هفته است: $(b - 1) \times 2 + a + c - 2$

مثال: اگر بدانیم روز اول فرودین جمعه است. روز پانزدهم آبان چند شنبه است؟

$$\left. \begin{array}{l} a = 15 \\ b = 8 \\ c = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow (8 - 1) \times 2 + 15 + 6 - 2 = 33 \Rightarrow 33|7$$

$$\frac{28}{\boxed{5}}^4$$

یعنی پنج شنبه است

• حالا از دانش آموزان بخواهید (اول فروردین را به آنها بگویید) مشخص کنند روز تولدشان چند شنبه است؟

- مسائلی از قبیل تبدیل تاریخ میلادی به شمسی و عکس آن نیز قابل طرح است.

- در مورد انواع معادلات با تعداد متغیرهای بیشتر با دانش آموزان بحث کنید.

- مسائلی مانند زیر طرح کنید:

- اگر در یک تقسیم جای خارج قسمت و مقسوم علیه را عوض کنیم:

الف) اگر مقسوم ثابت باشد آیا باقی مانده تغییر می کند؟

ب) اگر باقی مانده ثابت باشد، آیا مقسوم تغییر می کند؟

$$\text{معادلاتی شبیه} \begin{cases} \frac{3x}{5} + \frac{2x-1}{10} - 3 = 7x + 1 \\ (x-2)(x+3) = 0 \\ x^2 - 9 = 0 \end{cases} \text{ نیز مسیر خوبی برای}$$

توسعه‌است.

استفاده از ابزارهای فن آوران

استفاده از نرم افزار *Excel* جهت ساختن ماشین های عددسازی می تواند بستری برای توسعه تفکر جبری دانش آموزان باشد. تکالیف زیر با این هدف طراحی شده‌اند:

۱- در خانه های $A1$ تا $A10$ اعداد ۱ تا ۱۰ را قرار دهید. (کافیست چند عدد اول را بنویسید، سپس خانه های شامل عدد را انتخاب کنید و به سمت پایین بکشید تا به خانه های $A10$ برسید.)

۲- در خانه $B1$ عبارت $=2*A1$ را بنویسید و دکمه *Enter* را بزنید. خانه $B1$ را بگیرید و تا سطر دهم به سمت پایین بکشید. چه اعدادی در ستون B قرار می گیرند؟

۳- مانند تکلیف (۲)، به کمک آن چه در جبر آموخته اید، اعداد فرد یک تا نوزده را در ستون C قرار دهید.

۴- به کمک جبر اعداد مربع کامل را در ستون D قرار دهید.

از نرم افزار جئوجبرا هم می توان برای ساختن ماشین های عددسازی کمک

گرفت.

برای این منظور کافیسست یک لغزنده را به عنوان ورودی ماشین تعریف کرده و عملکرد ماشین را در محل ورود دستورها وارد کنیم. بدین ترتیب با حرکت دادن لغزنده، ورودی و در نتیجه خروجی تغییر می کند.

در مثال زیر ورودی a از -100 تا $+100$ به صورت یکی یکی تغییر می کند و خروجی b با وارد کردن دستور $5*a+2$ به دست آمده است. همچنین از دانش آموزان بخواهید با استفاده از نرم افزارهایی که در اختیار دارند (مانند *Excel*) در یک ستون، مقدار متغیر و در ستون دیگر، مقدار عبارت های جبری مورد نظر را به دست آورند. سعی کنید اعداد ورودی اعشاری بدهند و پاسخ را مشاهده کنند.

- ممکن است یکی از دانش آموزان ماشین حساب پیشرفته ای در اختیار داشته باشد. معادله بنویسید و جواب آن را مشاهده کنید و از دانش آموزان بخواهید در زنگ تفریح خودشان این کار را انجام دهند.

- اگر دانش آموزان اینترنت در دسترس داشته باشند بخواهید نرم افزار *Math way* را حتماً مشاهده کنند که البته قابل نصب بر گوشی های تلفن همراه هم می باشد و محاسبات جبری از قبیل توان های ۲ یا ۳ یا ... با عبارت های جبری را ببینند.

- از دانش آموزان بخواهید فرمول هایی که در درس علوم یاد گرفته اند مانند $Q = mc\Delta\theta$ را بیان کنند و سپس طوری بنویسند که خواسته مسئله

$$m = \frac{Q}{c\Delta\theta} \text{ یا } \frac{Q}{m\Delta\theta} \text{ تنها باشد مثل:}$$

حالا با دادن مقادیر مختلف و با استفاده از ماشین حساب حل کنند.

معرفی منابع برای معلمان

- تاریخ ریاضیات: تألیف پرویز شهریاری؛ انتشارات مدرسه؛ فصل ۲
- ریاضیات برای معلمان؛ تألیف گروهی از نویسندگان به سرپرستی جی.ال. مارتین؛ ترجمه شهرناز بخشعلی زاده؛ انتشارات مدرسه؛ فصل های ۲۴ و ۲۵
- خلاقیت ریاضی؛ تألیف جرج پولیا؛ ترجمه پرویز شهریاری؛ انتشارات فاطمی؛ فصل ۲
- الگوها، عبارت ها و معادله های جبری از مجموعه کتاب های دانش پایه؛ تألیف زهره پندی؛ انتشارات مدرسه
- عبارت ها و معادله های جبری از مجموعه کتاب های کوچک ریاضی؛ تألیف علی حسن زاده ماکویی؛ انتشارات مدرسه

«نمونه سؤال های ارزشیابی»

(۱) ساده کنید.

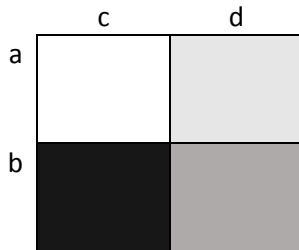
الف) $\frac{3}{5}x - 2y + x - \frac{1}{3}y =$

ب) $(x - y)^2 =$

ج) $(2a + b)(2a - b) =$

(۲) حاصل $\overline{ab} - \overline{ba}$ را ساده کنید.

(۳) با استفاده از شکل مقابل (برای مساحت ها) یک تساوی جبری بنویسید.



(۴) مقدار عددی عبارت $2a - (a + b)^2 + 3ab$ را به ازای $a = 3, b =$

-2 بیابید.

(۵) حاصل $(x - 1)(x - 2)(x - 3) \dots (x - 18)$ به ازای $x = 15$ چه

عددی خواهد شد؟

(۶) تجزیه کنید.

$$20a^3b^2 - 15a^2b^3 =$$

(۷) معادله مقابل را حل کنید.

$$3 - \frac{x-2}{3} = x$$

(۸) در یک لوزی اندازه زاویه باز ۳ برابر زاویه تند آن است. زاویه تند لوزی

چند درجه است؟

(۹) در صورتی که بدانیم اندازه قاعده ی یک مثلث ۴ برابر ارتفاع آن است،

مساحت مثلث را با یک عبارت جبری نشان دهید.

ساده کردن عبارت های جبری

هدف

در فرآیند آموزش این دروس انتظار می رود هر دانش آموز به هدف های زیر برسد:

۱- از کاربرد حروف درک خوبی داشته باشد و حروف را در بیان روابط کلی و قواعد به کار برد.

۲- هنگام ساده کردن یک عبارت، جمع و تفریق جملات متشابه را به کار برد.

۳- از عبارت های جبری برای بیان «الگوها» و روابط هندسی مانند مساحت و محیط استفاده کند.

۴- از ضرب جمله در جمله، جمله در پرانتز و پرانتز در پرانتز، برای ساده کردن عبارت های جبری استفاده کند.

۵- عبارت های جبری را در بیان اثبات های جبری به کار برد.

ابزار مورد نیاز

(۱) چوب کبریت (۲) شکل هندسی ماهیت های توزیع پذیری با مقوا

روش تدریس

هدف کلی این درس علاوه بر یادآوری نحوه استفاده از عبارت های جبری، کاربرد آن در بیان قاعده و قانون های کشف شده در الگوهاست.

همانطور که می دانید دانش آموزان در پایه هفتم تا حدی با جبر آشنایی دارند بنابراین بدون توضیحات زیاد می توانند فعالیت ص ۵۲ را حل کنند. بهتر است این فعالیت را به صورت گروهی بحث کنند و الگوهای داده شده را ساده کنند. شاید دانش آموزی روشی برای شمارش چوب کبریت های سؤال ۳ به صورت $4n-(n-1)$ بیابد که در بحث و گفتگوها به درستی آن پی می برد ولی در تنهایی نتواند به شما پاسخ دهد.

هدف فعالیت اول، یادآوری درس جبر پایه هفتم است.

در کار در کلاس ص ۵۳ دانش آموزان جملات متشابه را شناخته و با ضرب یک عدد در پرانتز آشنا می شوند.

هدف فعالیت ص ۵۳ یاد دادن ضرب چند جمله ای ها از طریق مساحت (هندسی) است.

در حل تمرین ۵ صفحه ۵۵ دقت دانش آموزان در علامت منفی پشت یک عبارت (پرانتز) و ضرب عبارت پشت پرانتز در تک تک جملات آن هدف بوده است.

حل بعضی تمرین ها:

در تمرین ۱ ص ۵۵ نیز ساده کردن یک عدد دو رقمی و متناوبش که به صورت زیر است خواسته شده:

$$\overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b$$

توصیه های آموزشی

۱- چون در فصل ۱ کاملاً با مباحث جمع و تفریق اعداد صحیح و گویا آشنا شده‌اند از درستی جمع و تفریق و ... اعداد صحیح و گویا اطمینان حاصل کنید.

۲- در بررسی جواب ها، از دانش آموزان بخواهید علت اشتباهات خود را پیدا کنند.

۳- توصیه می کنیم که حتماً در کلاس ساده کردن دو عبارت مهم مانند $x+x$ و $x \times x$ یا $ab+ab$ و $ab \times ab$ را انجام دهید تا دانش آموزان بتوانند سوال ۳ ص ۵۵ را به راحتی حل کنند.

۴- در بیان الگوها از دانش آموزان بخواهید اطلاعات را به کمک جدول دسته‌بندی کنند تا بهتر بتوانند روابط را تشخیص دهند.

اشتباهات رایج دانش آموزان

۱- دانش آموزان معمولاً در تمرین های مشابه تمرین ۵ ص ۵۵ اشتباهاتی دارند، لطفاً در کلاس بر این موضوع تأکید نمائید.

۲- یکی دیگر از اشتباهات دانش آموزان در جمع به اشتباه $x+x$ را به صورت x^2 و یا $-ab-ab$ را صفر و یا $ab+ab$ را به صورت $(ab)^2$ در نظر می گیرند به این موضوع نیز توجه بفرمائید.

۳- در جملاتی مانند a^2b و ab^2 به اشتباه متشابه می گیرند و بعضی اوقات ab و a^2b و ab^2 را نیز متشابه فرض می کنند.

«پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری»

هدف

۱- ماشین های عددساز را بشناسد و بتواند برای هر ورودی، خروجی را محاسبه کند.

۲- مقدار عددی یک عبارت جبری را محاسبه کند.

۳- با توجه به ورودی و خروجی های داده شده، رابطه‌ی بین آنها را حدس بزنند.

۴- استفاده از تساوی های جبری و پیدا کردن مقدار یک عبارت را در حل مسئله‌های سایر دروس نیز به کار برد.

ابزار مورد نیاز

ماشین های ورودی و خروجی مقوایی

روش تدریس

همانطور که می دانید یکی از کاربردهای فعالیت ها در بحث عبارت های جبری، پیدا کردن مقدار یک عبارت به ازای مقادیر مختلف متغیر آن است. بنابراین شناخت ماشین های عددساز اهمیت فراوانی دارد.

در فعالیت ص ۵۶ دقت کنید دانش آموزان معنی ورودی و خروجی را متوجه

شوند

هدف کلی فعالیت پیدا کردن مقدار عددی است ولی با توجه به درس سال نهم که مفهوم معادله خط و رسم خط در آنجا هست مقدمه‌ای برای نقطه یابی هم خواهد بود.

در فعالیت ۱ ص ۵۶ دانش آموزان فقط یک عمل روی عدد ورودی انجام می‌دهند.

در فعالیت ۲ این صفحه دانش آموزان یاد می‌گیرند که دو عمل پشت سرهم روی عدد ورودی انجام دهند.

در کار در کلاس ۲ و ۱ صفحه ۵۷ نیز دانش آموزان می‌توانند همان هدف را دنبال کنند.

در کار در کلاس شماره ۳ این صفحه دانش آموزان با توجه به ورودی و خروجی، کار هر ماشین را حدس می‌زنند و این کار در کلاس علاوه بر خلاقیت دانش آموزان مقدمه‌ای برای سال آینده نیز خواهد شد.

هدف فعالیت پائین صفحه ۵۷ نیز درک دانش آموزان از نماد عدد زوج که به صورت $2n$ است.

در فعالیت ۵ ص ۵۸ دانش آموزان با لزوم اثبات جبری آشنا می‌شوند. لطفاً قبل از اینکه شروع به حل فعالیت داشته باشید دانش آموزان را با بسته بودن اعداد طبیعی نسبت به جمع و ضرب آشنا کنید. البته نباید کلمه بسته بودن را استفاده کنید فقط عنوان کنید که ضرب دو عدد طبیعی، طبیعی است و جمع دو عدد طبیعی، طبیعی است.

در تمرین صفحه ۵۹ سوال ۴ هدف این است که دانش آموزان بفهمند جواب معادله باید در معادله صدق کند و «معادله یک تساوی است که به ازای بعضی عددها برقرار است.»

در سؤال ۷ همین صفحه کاربرد ریاضی در سایر دروس مشاهده می شود.

توصیه های آموزشی

۱- رابطه ی بین ورودی و خروجی همان مفهوم معادله خط است لذا برای این موضوع به قدر کفایت وقت بگذارید.

۲- درک این مفهوم که یک عدد زوج به صورت $2n$ است و برای عدد دیگر از $2m$ استفاده می کنیم، اهمیت زیادی دارد. در موارد مشابه توجه بچه ها را به این موضوع جلب کنید.

بدهمی های رایج دانش آموزان

۱- در حدس زدن رابطه ی بین ورودی و خروجی، با اولین مثال حدس می زنند و توجه نمی کنند که این رابطه ممکن است برای بقیه ورودی و خروجی ها صدق نکند.

۲- در درک این موضوع که $4n$ را می توان به صورت $2(2n)$ نوشت، اشکال دارند و اهمیت این موضوع که برای اثبات زوج بودن یک عبارت نیاز است آن را به صورت $2 \times \square$ نشان داد را درک نمی کنند.

تجزیه عبارت های جبری

هدف

- ۱- دانش آموز بتواند خاصیت توزیع پذیری را تشخیص دهد.
- ۲- با ضرب دو چند جمله ای (دو پرانتز) آشنا شود.
- ۳- دو چند جمله ای که عامل مشترک دارند، به ضرب دو عبارت تبدیل کنید.
- ۴- به کمک تجزیه کسرهای جبری را ساده کنید.

ابزار مورد نیاز

- ۱- تهیه رنگهای مختلف گچ (یا ماژیک) برای نشان دادن قسمت های مشترک دو چند جمله ای
- ۲- می توانید از رایانه و برنامه های تهیه شده استفاده کنید.
- ۳- ماشین حساب: می توانید از دانش آموزان بخواهید عبارت های عددی مانند $5 \times (151 + 193)$ و $5 \times 151 + 5 \times 193$ را با کمک ماشین حساب به دست آورند و با هم مقایسه کنند. این کار انگیزه خوبی به دانش آموزان خواهد داد.

روش تدریس

هدف اصلی فعالیت ۱ ص ۶۰ یادآوری قوانین سال گذشته است. پس می توانید ابتدا از دانش آموزان بخواهید مفاهیمی را که از سال گذشته درباره ب.م. به خاطر دارند برای شما و کلاس توضیح دهند. سپس به حل فعالیت ۱ ص ۶۰ پردازند.

در فعالیت ۲ نیز دانش آموزان با خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع آشنا می شوند و سپس با عمل برعکس آن که «تجزیه» یا «تبدیل به ضرب» نامیده می شود آشنا خواهند شد.

به دانش آموزان توصیه کنید که به مثال های حل شده دقت کنند و الگوی موجود در آن ها را کشف کنند.

باز هم برای ایجاد انگیزه قبل از درس می توانید از مثال های کسری مانند

استفاده کنید و با تجزیه کردن و ساده کردن کاربرد آن را بیان کنید.

$$\frac{175 \times 17 + 175 \times 19}{175 \times 3 + 175 \times 16}$$

البته در دوران دبستان با خاصیت توزیع پذیری آشنا شده اند پس همراه داشتن کتاب آن دوره هم وسیله خوبی برای ایجاد انگیزه ی مناسب و ارتباط کتاب ها خواهد بود.

در تمرین ۲ که در اصطلاح فاکتورگیری نامیده می شود دانش آموزان با عکس خاصیت توزیع پذیری کاملاً آشنا می شوند. این فعالیت بسیار حائز اهمیت است.

در فعالیت ۳ ص ۶۰ پیدا کردن جمله مشترک موجود، چه در اعداد و چه در قسمت حرفی جملات از اهداف مهم به شمار می رود. شاید میزان استفاده از عکس

خاصیت توزیع پذیری بیشتر از خود آن باشد، بنابراین، کسب این مهارت ضروری به نظر می رسد.

حالا از دانش آموزان بخواهید فعالیت ۴ ص ۶۱ را به کمک یافته های خود پاسخ دهند و قانون مورد نظر را (که خودشان از فعالیت ۳ کشف کرده اند) به کار ببرند. پیشنهاد می کنیم که انتخاب عامل مشترک (ب.م.م) و درست نوشتن داخل پرانتزها را از همان ابتدا مورد توجه قرار دهید.

در فعالیت ۱ ص ۶۲ همانطور که قبلاً هم اشاره شد دانش آموزان به تفاوت $x+x$ و $x \times x$ پی می برند و این موضوع در فعالیت ۴ استفاده می شود.

در فعالیت ۳ یکی دیگر از نکات مهم که اکثر دانش آموزان به اشتباه استفاده می کنند با مثال عددی بیان شده و امید است که بتواند از بدفهمی دانش آموزان جلوگیری کند.

در کار در کلاس صفحه ۶۲ سؤال ۲ خاصیت جابجایی در عمل ضرب گفته شده است و در کار در کلاس ۳ همین صفحه بر توان و عبارت های جبری و نیز علامت تأکید شده است.

حل بعضی از تمرین ها

در سؤال ۲ صفحه ۷۳ لزوم اثبات جبری برای درک شهودی دانش آموزان تأکید شده است که هدف:

$$\left. \begin{array}{l} A = 2k + 1 \\ B = 2k' + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow A + B = 2k + 1 + 2k' + 1 = 2k + 2k' + 2 = 2(k + k' + 1)$$

درک از عدد فرد و درک از جمع و تبدیل به ضرب است.

در سؤال ۶ که خیلی جالب و کاربردی است نیز همه اهداف گفته در درس

استفاده می شود: $(a > b)$

$$\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b)$$

توصیه های آموزشی

۱- مهمترین توصیه این است که در این درس سعی کنید همه موارد تبدیل

به ضرب را آموزش دهید ولی حتماً تأکید بر (ب.م.م) شود.

۲- دانش آموزان با حل فعالیت ۲ صفحه ۶۲ به این نکته پی ببرند که

$$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$$

۳- از دانش آموزان بخواهید در محاسبات خود از هر خاصیتی که استفاده

می کنند، نام ببرند. زیرا این کار باعث می شود که برای هر محاسبه

دلیل بیاورند که خود باعث جلوگیری از عمل های بدون دلیل خواهد

شد.

۴- جابه جایی، ساده کردن، توزیع پذیری، عکس خاصیت توزیع پذیری

(تجزیه)، شرکت پذیری، ترتیب انجام عملیات و ... دلایلی است که

دانش آموزان باید بیان کنند.

اشتباهات رایج دانش آموزان (بدفهمی ها)

۱- معمولاً دانش آموزان در عبارت های دارای بیش از یک متغیر (مثل x^2y

و xy^2 و ...) در تشخیص جملات متشابه دچار اشتباه می شوند.

۲- همانطور که گفته شد $(a+b)^2$ یا $(a-b)^2$ را به اشتباه a^2+b^2 یا a^2-b^2 می نویسند.

۳- دانش آموزان معمولاً همه قسمت های مشترک را ممکن است تشخیص ندهند که البته در تبدیل به ضرب اشکال نمره ای ندارد لطفاً دقت کنید که صحیح یاد بگیرند.

معادله

هدف

- ۱- با استفاده از راهبرد تشکیل معادله، مسئله را حل کند.
- ۲- مهارت در حل معادله به صورت $ax+b=c$ را پیدا کند (معادلات یک مجهولی درجه اول را حل کند).
- ۳- روش حل معادلات کسری را درک کند.
- ۴- با ضرب یک عدد در دو طرف معادله کسری، آن را حل کند.

ابزار مورد نیاز

- ۱- نمودارهای حل معادله روی مقوا

روش تدریس

هدف کلی این فعالیت آشنایی با راهبرد حل مسئله از طریق معادله است.

فعالیت ص ۶۴ کاملاً یادآوری درس معادله سال هفتم است ولی به مدل های مختلف. بنابراین بدون توضیح از دانش آموزان بخواهید این صفحه را بخوانند و راه حل هر کدام را کامل کنند و توضیح دهند.

البته قبل از انجام فعالیت اگر نیاز است از دانش آموزان بخواهید درباره «معادله» و یا جمله «معادله را حل کنید» توضیح بدهند.

برای یادآوری از ماشین های عددسازی هم می توانید استفاده کنید به این صورت که این بار خروجی را بدهید و ورودی را بخواهید.

در ادامه با حل فعالیت ۲ ص ۶۵ روش حل معادلات یک مجهولی درجه اول مرور و سپس چگونگی حل معادلات فعالیت ۳ را آموزش دهید.

هدف کار در کلاس هم تمرین روش حل معادله است. برگزاری مسابقه کلاسی می تواند راهی برای رسیدن به این هدف باشد.

هدف فعالیت ص ۶۶ حل معادلات کسری یک مجهولی و درجه اول است. برای رسیدن به این هدف دو روش یکتا و یگانه بیان شده است تا دانش آموزان ببینند که هر دو روش پاسخ یکسان دارند.

در فعالیت ۲ یکی از اشتباهات رایج دانش آموزان نوشته شده، که امید است مشکل آن ها حل شود.

با حل کار در کلاس ص ۶ دانش آموزان مهارت در حل این نوع معادلات پیدا خواهند کرد.

حل بعضی از تمرین ها

در تمرین های این بخش همه سؤال ها خوب و جالب اند ولی سؤالات زیر اهمیت بیشتری دارند. در سؤال ۲ مفهوم محیط بیان شده و کاربرد معادله در هندسه بیان شده است:

$$2(x+5)=24 \Rightarrow x+5=12 \Rightarrow \underline{x=7} \quad \text{طول مستطیل}$$

در سؤال ۹ نیز دانش آموزان با تشکیل معادله و حل آن، کاربرد در درس دیگر را یاد می گیرند.

$$\left. \begin{array}{l} W = 12 \\ F = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 12 = 4 \times d \Rightarrow d = 3$$

توصیه های آموزشی

۱- نوشتن مراحل حل معادله زیر هم، روش مناسبی برای جلوگیری از اشتباهات رایج است.

۲- از دانش آموزان بخواهید مرحله بازگشت به عقب (در راهبرد حل مسئله) را فراموش نکنند و خودشان درباره درستی جواب اطمینان حاصل کنند.

۳- یکی از روش های حل مسئله حدس و آزمایش است اگر دانش آموزان به استفاده از این راهبرد علاقه داشتند (در صورت اطمینان از یادگیری حل معادله) استفاده از این روش با تنظیم جدول، حدس و آزمایش قابل قبول خواهد بود.

ع- اگر از کلماتی نظیر «طرف معلوم» یا «ضریب مجهول» در بیان خود استفاده می کنید حتماً در کلاس در مورد آنها توضیحات لازم را بدهید.

اشتباهات رایج دانش آموزان (بدفهمی ها)

۱- دانش آموزان معمولاً در هنگام ضرب معادله در یک عدد، فراموش می‌کنند که آن عدد را در عددهای ثابت ضرب کنند. لطفاً در کلاس روی این مورد تأکید بفرمائید.

۲- یکی از اشتباهات در فعالیت ۲ ص ۶۶ تأکید شده است.

۳- معمولاً دانش آموزان در جابه جایی از یک طرف تساوی به طرف دیگر، علامت را فراموش می‌کنند.