

فصل نهم

نامعادلات درجه اول

نگاه کلی به فصل نهم:

اهداف فصل نهم

- 1) آشنایی با نامعادلات درجه اول و مجموعه جواب آنها
- 2) آشنایی با نامساوی کوچکتر یا مساوی
- 3) آشنایی با خواص جبری نامساوی ها و عملیات جبری روی نامساوی ها
- 4) آشنایی با روش حل نامعادلات درجه اول

اهداف کلی رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز

دانش آموزان باید بتوانند:

- 1- نامعادلات درجه اول را تشخیص دهند و در حل مسائل واقعی این گونه نامعادلات را بسازند.
- 2- اعمال جبری معتبر روی نامساویها را به کار گیرند و مجموعه جواب نامعادلات درجه اول را به دست آورند.
- 3- نامساوی کوچکتر یا مساوی را از نامساوی اکید تمیز دهند و هر کدام را در جای مناسب خود به کار گیرند.

روش آموزشی فصل نهم:

در این فصل با استفاده از ترازویی که در حالت تعادل نیست مفهوم نامساوی و نامعادله معنادار شده اند و از همین طریق عملیات جبری معتبر روی نامساوی ها مانند جمع طرفین یک نامساوی با یک عدد دلخواه و ضرب طرفین یک نامساوی در یک عدد مثبت توجیه شده اند.

مفهوم نامساوی «کوچکتر یا مساوی» از طرق حل یک مسئله معرفی شده است که در طی فرآیند حل این مسئله این مفهوم ساخته می شود.

مفهوم نامعادله و مجموعه جواب آن از طریق طرح یک مسئله که در یک فعالیت حل می شود، مفهوم سازی شده است و از طریق عملیات جبری روی نامساوی ها حل نامعادلات درجه اول از طریق مثال ها توضیح داده شده است.

چگونگی ضرب طرفین یک نامساوی در اعداد منفی از طریق حل یک مسئله و کنترل فرآیند و جواب آن مسئله ارائه شده است. در این روش علاوه بر آموزش مفهوم اصلی، بررسی معقول بودن جواب به دست آمده، تفسیر جواب، و بازبینی فرآیند حل مسئله غیر مستقیم آموزش داده می شود.

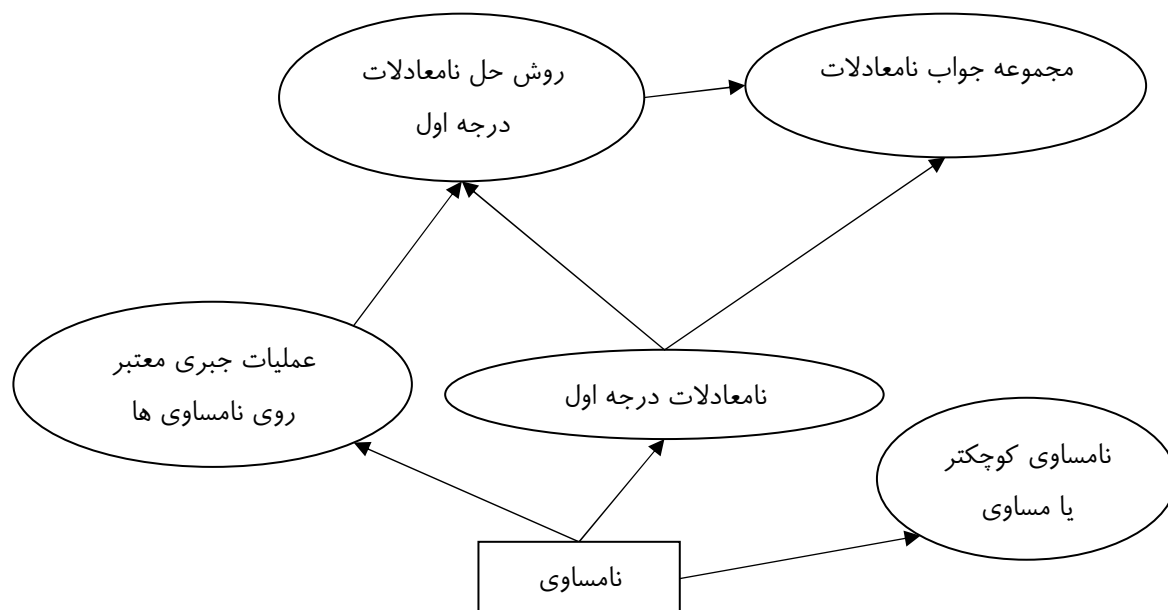
پیش نیازها:

- آشنایی با معادلات درجه اول
- آشنایی با چندجمله ایهای درجه اول و مقدار عددی آنها
- آشنایی با نامساوی

زمانبندی پیشنهادی برای تدریس این فصل

پیشنهاد می شود این فصل در 1/5 هفته تدریس شود.

نقشه مفهومی فصل نهم



مستطیله‌ها نشان دهنده مفاهیم پیشنهادی هستند که در فصلهای قبل آمده‌اند.

آموزش بخشهای فصل نهم:

بخش نامساوی

اهداف بخش:

- معنا سازی نامساوی از طریق ترازو
- آشنایی با رابطه بین نامساوی و عمل جمع و تفریق
- آشنایی با نامساوی کوچکتر یا مساوی

پیشنیازها:

آشنایی با نامساوی

نگاه کلی به بخش:

در این بخش با استفاده از ترازو مفهوم نامساوی معناسازی می شود و با همین روش این ویژگی که می توان به طرفین یک نامساوی عددی را اضافه کرد یا کم کرد توجیه می شود. سپس از طریق طرح یک مسئله و حل آن مفهوم نامساوی کوچکتر یا مساوی توضیح داده می شود.

ورود به مطلب:

مناسب است که با نشان دادن وضعیت عدم تعادل یک ترازو از دانش آموزان بخواهید علت آن را بیان کنند و توضیح خود را به زبان ریاضی که بیان یک نامساوی است ارائه دهند. همچنین با اضافه کردن یا کم کردن وزنه های یکسان به طرفین ترازو از دانش آموزان بخواهید وضعیت جدید را به زبان ریاضی بنویسند در مورد جمع کردن (یا تفریق کردن) طرفین یک نامساوی با یک عدد حدسیه سازی کنند و نتیجه گیری کنند.

برای آموزش مفهوم نامساوی کوچکتر یا مساوی می توانید مسئله ای مشابه مسئله کتاب طراحی کنید که در حل آن لازم باشد دانش آموزان از مفهوم کوچکتر یا مساوی استفاده کنند و خودشان این مفهوم را بسازند یا با راهنمایی معلم این مفهوم را به دست آورند.

فعالیت آموزشی

فعالیت آموزشی این بخش، ارائه موقعیتهای واقعی و سعی در توصیف ریاضی آن است.

تمرین در کلاس صفحه 178

الف) از آنجا که نامساوی $3 < 4$ برقرار است نامساوی $3 \leq 4$ نیز برقرار است.

ب) از آنجا که تساوی $3 = 3$ برقرار است نامساوی $3 \leq 3$ نیز برقرار است.

ج) از آنجا که هیچکدام از نامساوی $3 < 2$ و تساوی $3 = 2$ برقرار نمی باشند نامساوی $3 \leq 2$ نیز برقرار نمی باشد.

ارزیابی یادگیری:

دانش آموزان در پایان این بخش باید بتوانند با جمع و تفریق طرفین یک نامساوی با اعداد یکسان به نامساوی های جدید برسند و نامساوی کوچکتر یا مساوی را از نامساوی اکید تمییز دهند و هر کدام را در جای مناسب خود استفاده کنند.

سوالات نمونه:

1. اگر a و b دو عدد باشند که $a < b$ نشان دهید $0 < b - a$.
 2. اگر a و b دو عدد باشند که $0 < b - a$ نشان دهید $a < b$.
 3. اگر a و b دو عدد باشند که $a < b$ نشان دهید $-b < -a$.
 4. اگر a و b و c و d اعدادی باشند که $a < b$ و $c < d$ نشان دهید $a + c < b + d$.
- (راهنمایی: طرفین نامساوی $a < b$ را با c و طرفین نامساوی $c < d$ را با b جمع کنید.)

5. آیا دو مجموعه زیر با هم مساویند؟ توضیح دهید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 4\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 4\}$$

5. آیا دو مجموعه زیر با هم مساویند؟ توضیح دهید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 6\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 6\}$$

بخش نامعادلات و روش های حل نامعادلات

اهداف بخش:

1- آشنایی با مفهوم نامعادله و مجموعه جواب نامعادله

2- آشنایی با رابطه بین عمل ضرب و نامساوی ها

3- آشنایی با روش حل نامعادلات درجه اول

پیش نیاز ها:

آشنایی با نامساوی

نگاه کلی به بخش:

این بخش با یک فعالیت آغاز می شود که در آن مفهوم نامعادله و مجموعه جواب نامعادله آموزش داده می شود. سپس برای آن که بتوان نامعادلات درجه اول را حل کرد در طی یک فعالیت عمل ضرب (یا تقسیم) طرفین نامساوی ها در یک عدد مثبت مورد بحث قرار می گیرد و روش حل نامعادلات درجه اول توضیح داده می شود. از آنجا که ضرب (یا تقسیم) طرفین یک نامساوی در اعداد منفی نیز پیش می آید، در طی حل یک مسئله چگونگی ضرب نامساویها در اعداد منفی نیز مورد بحث قرار می گیرد.

ورود به مطلب:

برای ورود به مطلب مناسب است مسئله ای را طراحی کنید که جواب آن به صورت مجموعه ای از اعداد باشد که از عدد خاصی کوچکتر یا بزرگتر هستند. بیان ریاضی این گونه مسائل از طریق نامساوی ها خواهد بود. با این روش به طور طبیعی دانش آموزان با نامعادلات روبرو می شوند و مفهوم نامعادله و جواب های نامعادله برای آنها روشن خواهد شد. روش کتاب نیز از همین طریق و انجام فعالیتی است که در آن مسئله ای خاص حل می شود.

برای یافتن جواب نامعادلات، می توانید از تجربیات مربوط به حل معادلات استفاده کنید و با طرح مسئله ای ساده در معادله و حل آن مسئله متناظر آن را در نامعادله مطرح کنید و با همان روش حل کنید. البته این عمل را فقط روی نامعادلاتی می توانید انجام دهید که با جمع و تفریق طرفین نامعادله با اعداد قابل حل است.

آموزش فصل نهم

سپس نامعادله ای را طرح کنید که حل آن نیازمند عمل ضرب (یا تقسیم) طرفین نامعادله در یک عدد است. در اینجا باید دانش آموزان را متوجه کنید که آیا حق دارند طرفین یک نامساوی را بر یک عدد تقسیم یا ضرب کنند؟ برای پاسخ به این سوال می توانید نمونه هایی را آزمایش کنید و حدسی بزنید و سپس به دنبال اثبات حدسیه خود باشید.

فعالیت آموزشی:

پس از ورود به مطلب به فعالیت کتاب می توان پرداخت.

فعالیت صفحه 178

بند(1): قرارداد وقتی درست عمل شده است که x عددی بین صفر تا 10 باشد.

بند(2): خیر زیرا $10 < 11$.

بند(3): اگر کار نقاش x روز طول بکشد باید $x \leq 10$.

بند(4): اگر کار نقاش x روز طول بکشد آنگاه $6 \leq x$. اگر نقاش به قرارداد هم عمل کرده باشد آنگاه

$$6 \leq x \leq 10$$

فعالیت صفحه 180

بند(1): ترازویی رسم کنید که در یک کفه آن وزن x و در کفه دیگر آن وزن y قرار دارد. به خاطر نامساوی $x < y$ کفه مربوط به y سنگینتر است و ترازو در حالت عدم تعادل است و در کفه مربوط به y در سطح پایینتر قرار می گیرد.

بند(2): بدیهی است که اگر کمبود وزن x از y را به کفه مربوط به x اضافه کنیم طرفین هم وزن می شوند و ترازو به حالت تعادل در می آید. اگر این کمبود وزن را با z نشان دهیم داریم $x + z = y$.

بند(3): شکل ترازو در کتاب آمده است و پس از ضرب طرفین تساوی در a , نتیجه می شود:

$$ax + az = ay$$

بند(4): توجه کنید که a مثبت است و تمام عوامل ax , az , ay مقادیرهای مثبتی هستند و می توانند

وزن یک جسم را نشان دهند. با برداشتن جسم با وزن az , مشخص است که ترازو در کفه دیگر

سنگینتر می شود و آن کفه پایین می رود که به معنای آن است که $ax < ay$.

بند(5): با مقایسه این دو نامساوی معلوم می شود وقتی نامساوی $x < y$ برقرار است نامساوی $ax < ay$

نیز برقرار خواهد بود (به شرط مثبت بودن a).

تمرین در کلاس صفحه 181

- (1) $x < y$
- (2) $0 < y - x$
- (3) $0 < a(y - x)$
- (4) $0 < ay - ax$
- (5) $ax < ay$

از (1) به (2) : طرفین نامساوی را با $-x$ جمع کرده ایم.

از (2) به (3) : a و $y - x$ اعداد مثبتی هستند و ضرب آنها نیز عدد مثبتی است.

از (3) به (4) : عمل ضرب a در عبارت $y - x$ انجام شده است.

از (4) به (5) : طرفین نامساوی را با ax جمع کرده ایم.

تمرین در کلاس صفحه 183

تعداد خرگوشهای اصغر را x می نامیم. پس تعداد خرگوشهای احمد $2x$ است.

(1) تعداد خرگوشهای جدید اصغر $x + 10$ می شود و فرض مسئله به معنای آن است که

$2x < x + 10$ با جمع طرفین نامساوی با $-x$ نتیجه می شود $x < 10$. یعنی تعداد خرگوشهای

اولیه اصغر کمتر از ده تا بوده است.

(2) در این حالت تعداد خرگوشهای احمد به $2x + 6$ می رسد و فرض مسئله به معنای آن است که

$$x + 10 < 2x + 6 \quad \text{با جمع طرفین نامساوی با } -x \text{ و سپس جمع با } -6 \text{ نتیجه می شود } 4 < x.$$

یعنی تعداد خرگوشهای اولیه اصغر بیشتر از چهار تا بوده است.

(3) این نتایج نشان می دهند تعداد خرگوشهای اولیه اصغر ممکن است 5, 6, 7, 8, یا 9 باشند. پس

نمی توان دقیقا تعداد آنها را مشخص ساخت.

مسائل صفحه 183:

مسئله (1)

$$4 < 2x - 1$$

$$4 + 1 < 2x$$

$$5 < 2x \quad (\text{ج})$$

$$\frac{5}{2} < x$$

$$3x - 4 \leq 5x - 8$$

$$8 - 4 \leq 5x - 3x \quad (\text{ب})$$

$$4 \leq 2x$$

$$2 \leq x$$

$$2x + 7 < x - 4$$

$$2x - x < -4 - 7 \quad (\text{الف})$$

$$x < -11$$

$$\frac{x}{4} < \frac{x}{2} - \frac{x}{3}$$

$$\frac{x}{4} < \frac{x}{6}$$

$$\frac{x}{4} - \frac{x}{6} < 0 \quad (\text{ه})$$

$$\frac{2x}{24} < 0$$

$$x < 0$$

$$\frac{x}{3} \leq x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \leq x - \frac{x}{3} \quad (\text{د})$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{2x}{3}$$

$$\frac{3}{4} \leq x$$

تمرین در کلاس صفحه 185

x و y دو عدد هستند که $x < y$ و a عددی منفی است.

(1) با جمع طرفین نامساوی بالا با $-x$ و $-y$ نتیجه می شود: $-y < -x$

(2) با ضرب عدد مثبت $-a$ در طرفین این نامساوی داریم

$$(-a)(-y) < (-a)(-x)$$

$$ay < ax$$

مسائل صفحه 185:

مسئله (1)

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} < \frac{x}{4} + \frac{x}{5}$$

$$\frac{5x}{6} < \frac{9x}{20}$$

$$100x < 54x \quad (\text{ج})$$

$$100x - 54x < 0$$

$$46x < 0$$

$$x < 0$$

$$x \leq \frac{2x-3}{5}$$

$$5x \leq 2x-3$$

$$5x - 2x \leq -3 \quad (\text{ب})$$

$$3x \leq -3$$

$$x \leq -1$$

$$\frac{3x}{2} - 4 > \frac{2x}{3} + 1$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} > 4 + 1 \quad (\text{الف})$$

$$\frac{5x}{6} > 5$$

$$x > 6$$

$$\frac{5x}{2} \leq (1-x)^2 - (x+3)^2$$

$$\frac{5x}{2} \leq 1 - 2x + x^2 - x^2 - 6x - 9$$

$$\frac{5x}{2} \leq -8x - 8$$

$$\frac{5x}{2} + 8x \leq -8$$

$$\frac{21x}{2} \leq -8$$

$$x \leq -\frac{16}{21}$$

$$x(x-3) < (x-1)^2$$

$$x^2 - 3x < x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 3x - x^2 + 2x < 1 \quad (\text{د})$$

$$-x < 1$$

$$-1 < x$$

(و) در این قسمت دو نامعادله داده شده است و باید جواب های همزمان این دو نامعادله را مشخص

کنیم.

$$2x - 1 < -5$$

$$x - 8 < 2x - 1$$

$$2x < -5 + 1$$

$$-8 + 1 < 2x - x$$

$$2x < -4$$

$$-7 < x$$

$$x < -2$$

بنابراین جواب های همزمان این دو نامعادله آن مقدارهایی از x هستند که $-7 < x < -2$.

(ز) در این قسمت نیز دو نامعادله داده شده است و باید جواب های همزمان این دو نامعادله را مشخص

کنیم.

$$2x - 3 < -\frac{x}{2} + 1$$

$$2x + \frac{x}{2} < 1 + 3$$

$$\frac{5x}{2} < 4$$

$$x < \frac{8}{5}$$

$$x - 1 < 2x - 3$$

$$3 - 1 < 2x - x$$

$$2 < x$$

بنابراین جواب های همزمان این دو نامعادله آن مقدارهایی از x هستند که $2 < x < \frac{8}{5}$. اما چنین

مقدارهایی برای x وجود ندارد زیرا $\frac{8}{5} < 2$ بنابراین این دو نامعادله جواب همزمان ندارند.

مسئله 2 الف) اگر $1 < a$ آنگاه $a^2 < a^3$

ب) اگر $0 < a < 1$ آنگاه $a^2 > a^3$

ج) اگر $a < 0$ آنگاه $a^2 > a^3$

مسئله 3 ابتدا نامعادله $3 - 2(x - 1) \leq 1 - x$ را حل می کنیم.

$$3 - 2(x - 1) \leq 1 - x$$

$$3 - 2x + 2 \leq 1 - x$$

$$3 + 2 - 1 \leq 2x - x$$

$$4 \leq x$$

بنابراین (b) جواب صحیح است.

مسئله 4 الف) $3200000 + 20000x =$ هزینه هفته

ب) $30000x =$ درآمد هفته

ج) برای سود بردن باید: «درآمد هفته» $= 30000x < 3200000 + 20000x =$ «هزینه هفته». جواب های

این نامعادله را به دست می آوریم.

$$3200000 + 20000x < 30000x$$

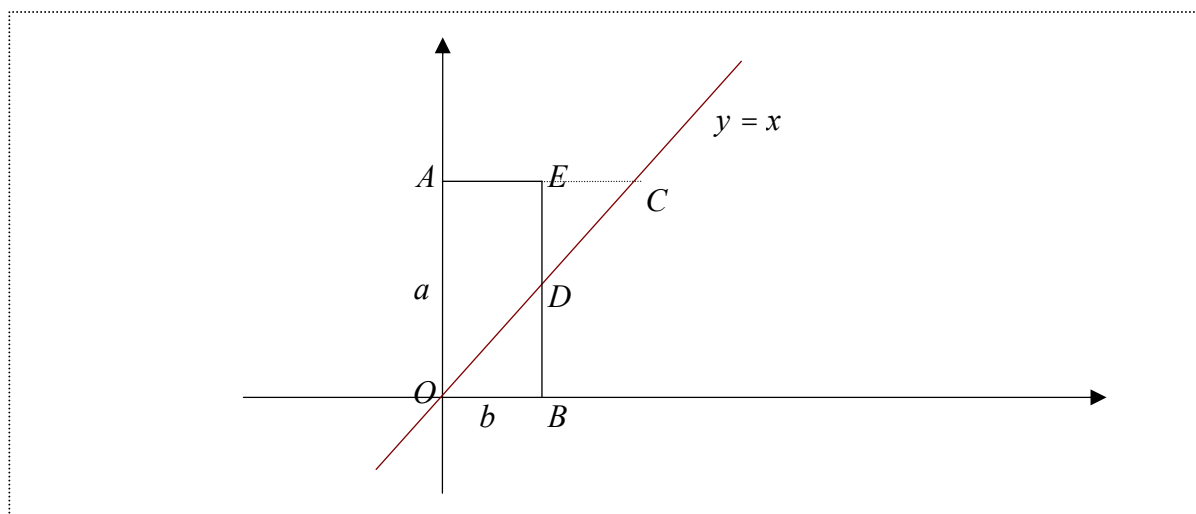
$$3200000 < 30000x - 20000x$$

$$3200000 < 10000x$$

$$320 < x$$

این شرکت باید بیشتر از 320 میز در هفته بفروشد تا سود ببرد.

مسئله 5



با نامگذاری نقاط مانند بالا دیده می شود که مساحت مثلث OAC برابر $\frac{a^2}{2}$ و مساحت مثلث

ODB برابر $\frac{b^2}{2}$ است. مستطیل $OADB$ نیز داخل این دو مثلث قرار دارد و مساحت آن ab است.

$$\text{پس } \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} \geq ab$$

ارزیابی یادگیری:

در این بخش دانش آموزان باید بتوانند در حل مسائل واقعی، نامعادله تشکیل دهند و با شناخت عملیات جبری معتبر روی نامساویها و بکارگیری آنها جوابهای نامعادلات درجه اول را به دست آورند. بنابراین توانایی در حل مسائلی که نیازمند طی این مراحل است نشاندهنده میزان یادگیری دانش آموز خواهد بود.

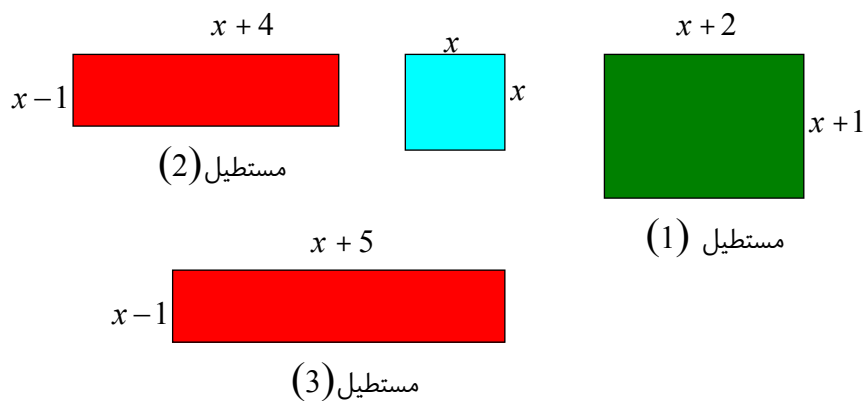
محدوده مطالب:

هدف این بخش آشنایی با عملیات جبری معتبر روی نامساویها و مفهوم نامعادلات درجه اول و روش حل نامعادلات درجه اول است. بحث نامعادلات می تواند حالات پیچیده تری هم داشته باشد که در

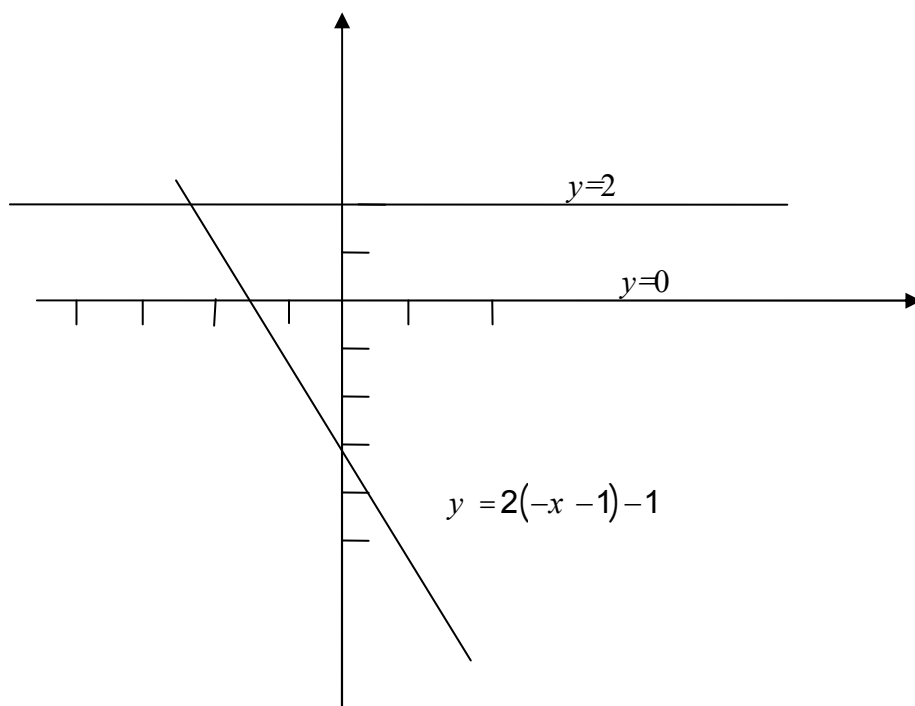
محدوده طراحی شده برای این کتاب نیست و حداکثر برای دانش آموزان قویتر و علاقه مند می توان انواع دیگری از نامعادلات را مطرح ساخت.

سوالات نمونه:

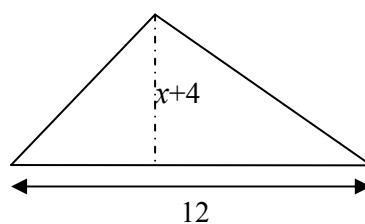
- علی و احمد تصمیم گرفتند پولهای خود را در یک سال پس انداز کنند تا معلوم شود کدام یک پس انداز بیشتری خواهد داشت. در ابتدای شروع سال علی هفته ای 700 تومان و احمد هفته ای 900 تومان برای پس انداز کنار می گذاشت. پس از گذشت 8 هفته احمد تا مدت 15 هفته نتوانست پولی پس انداز کند. در مدت باقیمانده احمد هفته ای چقدر پول باید پس انداز کند تا در آخر سال پس انداز بیشتری پیدا کند.
- علی و احمد رویهم 3500 تومان پول داشتند. پول علی بیشتر از پول احمد بود ولی پول علی با خرید یک دفتر 500 تومانی از پول احمد کمتر شد. سپس احمد یک خودکار 300 تومانی خرید و پول او مجدداً از پول علی کمتر شد. مشخص کنید پولهای اولیه علی و احمد چه مقدارهایی می تواند باشد.
- از یک مربع داده شده 1 واحد به یکی از اضلاع و 2 واحد به ضلع دیگر اضافه می کنیم و مستطیل شماره (1) را می سازیم. یک بار دیگر 4 واحد به یک ضلع آن اضافه می کنیم و 1 واحد از ضلع دیگر کم می کنیم. آیا مربعی را می توانید تعیین کنید که مساحت مستطیل دوم از مساحت مستطیل اول بیشتر شود؟ اگر مستطیل سوم را به گونه ای بسازیم که یک ضلع آن 5 واحد بیشتر از ضلع مربع داده شده و ضلع دیگر آن 1 واحد کمتر از ضلع آن مربع باشد، کلیه مربعهایی را تعیین کنید که مساحت مستطیل سوم از مساحت مستطیل اول بیشتر باشد.



- با استفاده از نمودار خطوط $y=2$ و $y=2(-x-1)-1$ و $y=0$ که در شکل زیر مشخص شده است جواب نامعادله $0 < 2(-x-1)-1 < 2$ را پیدا کنید.



- در مثلث زیر قاعده 12 سانتی متر و ارتفاع $x+4$ است اگر ارتفاع کمتر از قاعده و مساحت بیش از 36 متر مربع باشد مقدار x چه اعدادی می تواند باشد؟



- دانش آموزی از رابطه $X > Y$ با ارائه راه حل زیر به نتیجه $X < Y$ رسیده است. اشتباه او را پیدا کنید.

$$2 > 1$$

$$2(Y - X) > (Y - X)$$

$$2Y - 2X > Y - X$$

$$Y > X$$

- نمره نهایی یک درس در سال اول دبیرستان 60 درصد از نمره ی آزمون پایانی و 40 درصد از نمرات قبلی (میانگین نمرات مستمر و نمره نیمسال اول) است. اگر نمرات قبلی (میانگین نمرات مستمر و نمره نیمسال اول) دانش آموزی 5 از 20 باشد برای اخذ نمره نهایی بالاتر از 12 چه نمره هایی را این دانش آموز می تواند در آزمون پایانی کسب کند؟ اگر نمره نهایی او بالاتر از 16 شده باشد در آزمون پایانی چه نمره هایی را ممکن است کسب کرده باشد؟
- حسن برای کار در یک اداره هر ساعت 2 هزار تومان حقوق دریافت می کند که 10 درصد آن برای مالیات کسر می گردد. اگر هزینه ماهانه حسن 360 هزار تومان باشد و اداره 2 روز در هفته تعطیل باشد، او هر روز تا چند ساعت باید کار کند تا بتواند هزینه اش را پرداخت نماید.
- مسئولین یک مدرسه تصمیم دارند برای تشویق دانش آموزانی که نمرات بالاتری کسب کرده اند آنها را به بازدید موزه حیات وحش ببرند و برای این بازدید حداکثر 20000 تومان در نظر گرفته اند. اگر ورودیه هر نفر 800 تومان و هزینه پارکینگ اتوبوس مدرسه 2000 تومان باشد تا چند نفر می توانند به بازدید بروند؟
- ظرفیت حمل یک آسانسور حمل بار 1200 کیلوگرم است اگر مامور آسانسور 90 کیلو گرم وزن داشته باشد برای حمل بسته های به وزن 20 کیلوگرم تا چند بسته در هر نوبت می توان حمل کرد؟
- قیمت یک قطعه ماشین 30000 تومان و دستمزد تعمیر کار برای هر ساعت کار روی ماشین 15000 تومان است اگر برای هزینه تعمیر ماشین بین 90000 تومان و 110000 تومان بتوانیم بپردازیم، دامنه ای برای تعیین زمانی که تعمیر کار روی ماشین می تواند کار می کند ارائه کنید.
- جدول زیر دامنه فرکانس صوتی را که یک انسان سالم و یک حیوان (سگ) می تواند بشنود را نشان می دهد. دامنه فرکانسی را تعیین کنید که انسان نمی شنود ولی سگ می شنود.

دامنه فرکانس صوت (برحسب واحد هرتز)	
20 - 200000	انسان

سگ	15 - 500000
----	-------------

- اعدادی را بیابید که مجموع آنها با 8- از سیزده کمتر است.
- اعدادی را بیابید که چهار برابر آنها بزرگتر از مجموع آنها با دوازده است.
- اعدادی را بیابید که دو برابر آنها عددی بزرگتر یا مساوی مجموع آنها با 6- است.
- اعدادی را بیابید که مجموع نصف آنها با $\frac{1}{6}$ از ثلث آن اعداد $\frac{4}{5}$ واحد کمتر است.
- اعدادی را بیابید که اگر آنها را از 23 کم کنیم، حاصل بزرگتر یا مساوی مجموع آن اعداد و پانزده شود.

- اعدادی را بیابید که مجموع 14 با دو برابر آنها بیشتر از 16- و کمتر از 17 شود.

- اگر $4x + 5 \geq 12$ ، در محل های خالی عدد مناسب قرار دهید:

$$x \geq \square$$

$$2x - \square \geq 13$$

$$x + \frac{1}{4} \geq \square$$

$$-3x + \frac{3}{4} \leq \square + \frac{1}{4}$$

$$16x - 11 \geq \square$$

$$\square x + \frac{1}{5} \leq \frac{1}{3}$$

- مجموعه جواب های نامعادلات زیر را به دست آورید.

$$\frac{x(2x-3)}{3} \leq 2x(x + \frac{1}{4}) \quad \text{ب)} \quad \frac{1}{2} - 3x < \frac{2x}{3} + \frac{5}{4} \quad \text{الف)}$$

$$\frac{x^2}{x-3} < 0 \quad \text{د)} \quad \frac{1}{2x-3} > 0 \quad \text{ج)}$$

- اگر a و b و c و d اعداد مثبتی باشند که $a \leq b$ و $c \leq d$ نشان دهید $ac \leq bd$.

(راهنمایی: طرفین نامساوی $a \leq b$ را در c و طرفین نامساوی $c \leq d$ را در b ضرب

کنید.)

- اگر a و b اعداد مثبتی باشند که $a \leq b$ نشان دهید $a^2 \leq b^2$. با ارائه مثالهایی نشان

دهید که اگر a و b هر دو اعداد مثبتی نباشند این نتیجه گیری درست نیست.