

باسمه تعالی

کلیات کتاب ریاضیات (۱) برای معلمان

- ۱- کتاب درسی چگونه نوشته می شود؟
- ۲- کتاب جدید ریاضی (۱) چه نگرشی به ریاضیات دارد؟
- ۳- موضوعات مورد بررسی در کتاب
- ۴- روشهای آموزشی کتاب ریاضی (۱)
- ۵- اصولی که در تدریس باید رعایت شوند.
- ۶- فصلها و اهداف فصلهای کتاب ریاضی (۱)
- ۷- پرسشها و پاسخها در مورد محتویات کتاب ریاضی (۱)

۱ کتاب درسی چگونه نوشته می‌شود؟

برای نوشتن یک کتاب درسی ابتدا باید به سوالات زیر جواب دهیم.

۱- مخاطبین کتاب چه کسانی هستند؟

۲- چه اهدافی در کتاب باید دنبال شوند؟

۳- چه موضوعاتی در کتاب باید مطرح شوند؟

۴- چه روشهایی آموزشی باید در کتاب به کار برده شوند؟

برای پاسخگویی به سوالات بالا، لازم است ابتدا به سوال بنیادینتر زیر پاسخ دهیم.

« ریاضی چیست و برای چه باید آن را فراگیریم؟ »

پاسخگویی به سوالات بالا بر عهده مولف یا مولفین نیست. این، برنامه درسی است که باید به این سوالات پاسخ بگوید. البته هنوز برنامه درسی آینده کامل نشده است ولی از لحاظ نگرش به ریاضی و اهداف، رئوس آن مشخص شده است و مولفین بر اساس مشخصه‌های برنامه درسی آینده، کتاب جدید ریاضی (۱) را تالیف کرده‌اند. مشخصه‌های برنامه درسی آینده، وضعیت نگرش ما به ریاضی، اهداف مورد نظر و روشهای آموزشی را معین می‌کنند ولی از نقطه نظر موضوعات به ناچار از همان برنامه درسی گذشته تبعیت شده است.

۲ کتاب جدید ریاضی (۱) چه نگرشی به ریاضیات دارد؟

یک سوال اساسی هر برنامه درسی ریاضی، نگرش به ریاضی است. ریاضی چیست و چه چیزی را ریاضی می‌دانیم؟ به خاطر قدمت زیاد ریاضی و انواع مشربهایی که در ریاضی وجود دارد پاسخ دقیق به این سوال بسیار مشکل شده است. برای رسیدن به یک نتیجه قابل قبول از این بحث، بهتر است از جای دیگری وارد این بحث شویم. چرا باید ریاضی را یاد بگیریم و تا چه حد باید آن را یاد بگیریم؟ برخی از جوابهای به این سوال عبارتند از:

۱- ریاضی پایه همه علوم است و بدون ریاضی هیچ علمی را نمی‌توان یاد گرفت.

۲- ریاضی ذهن را روشن و توانمند می‌سازد و انسان را در حل مسائل یاری می‌دهد.

- ۳- ریاضی قدرت فکر را بالا می‌برد و ابزاری برای درک و فهم بهتر در اختیار ما قرار می‌دهد.
- ۴- ریاضی همیشه بوده است و هیچ برنامه درسی بدون ریاضی معنا ندارد.
- ۵- ریاضی یک هنر است و مظهر زیبایی ذهن است. با ریاضی عقلانیت انسانها رشد می‌کند و ریاضی یکی از جنبه‌های عالی انسانی است.

این جوابها تا حدی با هم متفاوتند ولی هیچکدام از آنها را نمی‌توان گفت نادرست است. اما باید پرسید برنامه درسی ریاضی به کدامیک از این جوابها باید اهمیت بیشتری دهد و اهداف خود را روی آن متمرکز کند. برنامه درسی با یک دوره سنی خاص از افراد جامعه روبرو است و باید آنها را آماده یک زندگی مناسب در جامعه کند. ریاضی مدرسه‌ای نمی‌تواند بدون هدف، برای سرگرمی، تفریح، بازی ذهنی، تفاخر، چشم و همچشمی، هنرورزی، و نظایر اینها از سر عادت ارائه شود.

بنابراین ریاضی در ماهیت خود هر چه که هست، آنچه که از ارائه ریاضی در مدرسه مورد نظر برنامه درسی است موارد زیر است.

- ۱- رشد عقلانی و ذهنی و کسب توانمندی تجزیه و تحلیل وضعیتهای واقعی.
- ۲- کسب توانمندی به کارگیری ریاضی در حل مسائل واقعی.
- ۳- مرتبط کردن مفاهیم ریاضی و مفاهیم محیط پیرامونی.
- ۴- دیدن ریاضی به عنوان یک ابزار اساسی برای درک و فهم وضعیتهای پیچیده.
- ۵- معنادار بودن مفاهیم ریاضی از طریق دیدن مفاهیم ریاضی در بسترهای واقعی.

نگرشی که در کتاب جدید ریاضی (۱) مورد قبول بوده است، دیدن ریاضی به عنوان ابزار تفکر و تجزیه و تحلیل در ارتباط با محیط پیرامونی است که اهداف بالا را دنبال می‌کند. در این نگرش، ارتباط ریاضی با محیط پیرامونی و به کارگیری ریاضی در حل مسائل واقعی یک امر حاشیه‌ای و تفننی نیست بلکه نقش مرکزی در آموزش ریاضی و اهداف برنامه درسی بازی می‌کند.

۳ موضوعات مورد بررسی در کتاب

از لحاظ موضوعات مورد بررسی، کتاب جدید با قدیم فرق زیادی ندارد و نمی‌توانست داشته باشد. زیرا، این کتاب در چارچوب برنامه درسی قبلی تغییر یافته است و بقیه کتابها تغییری نکرده‌اند، به ناچار برای حفظ اتصال بین دوره راهنمایی و دبیرستان همان موضوعات حفظ شده‌اند و حداکثر یک جرح و تعدیل به عمل آمده است. برخی موضوعات که در سالهای بعد امکان بهتری برای بیان داشته‌اند حذف شده‌اند. مثلاً نمایش‌های اعشاری نامتناهی متناوب و غیر متناوب حذف شده‌اند زیرا هیچ کاربرد خاصی در کتاب نداشته‌اند و یک مفهوم حد در آنها وجود دارد که امسال نباید وارد آن شویم. البته در سالهای بعد می‌توان از نمایش‌های اعشاری نامتناهی به عنوان زمینه‌ای مناسب برای آموزش حد استفاده کرد. به جای این مفهوم، تقریبهای اعشاری مورد بحث قرار گرفته‌اند.

در فصل مجموعه‌ها، مجموعه مرجع و متمم‌گیری و هم‌ارزی مجموعه‌ها حذف شده‌اند که در سالهای بعد در جای مناسب خود وارد خواهند شد.

در این کتاب، دایره مثلثاتی و نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های غیر حاده و کتانژانت و اتحادهای مثلثاتی پیچیده حذف شده‌اند. در این کتاب بیشترین تاکید بر مفهوم نسبت‌های مثلثاتی و محاسبه تقریبی این نسبتها با خط‌کش و به کارگیری در حل مسائل است. بدیهی است کمبودهایی که بر اثر این حذفیات ایجاد می‌شود در کتابهای سالهای بعد وارد خواهد شد.

در این کتاب مفهوم سهمی دلخواه حذف شده است و فقط نمودار معادله $y = x^2$ بحث شده است و نامی از سهمی نیامده است. فرمول فاصله نقطه تا خط که از طریق مختصات نقطه و معادله خط بیان می‌شد حذف شده است. البته در کلاس‌هایی که دانش‌آموزان قوی حضور دارند معلمان می‌توانند به عنوان مسئله آن را در حالت‌های نقاط و خط‌های خاص مطرح کنند و در صورت وجود توانایی بیشتر می‌توانند این مسئله را در حالت نقاط و خط‌های دلخواه به صورت پارامتری مطرح کنند.

توانایی تجزیه عبارت جبری بسیار محدود شده است و حداکثر در حد به کارگیری اتحادها انجام می‌شود. محاسبه کوچکترین مضرب مشترک چند جمله‌ایها در محاسبات مربوط به عبارتهای گویا حذف شده است.

کار روی نمودارها و تفسیر نمودارها بیشتر شده است و نمودار روابطی که محورهای مختصات به معنی سن،

زمان، مسافت، درآمد، هزینه، ... است مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

۴ روشهای آموزشی کتاب ریاضی (۱)

با توجه به اهداف و نگرش‌هایی که به ریاضی در این کتاب انتخاب شده است، روشهای آموزشی خاصی در پیش گرفته شده است که به شرح زیرند.

۱- مفهوم سازی از طریق یک فعالیت یا طرح یک مسئله یا حل یک مسئله در زمینه‌های واقعی و قابل درک برای دانش‌آموزان.

بهترین راه معنادار کردن مفاهیم ریاضی آن است که از ابتدا دانش‌آموزان مفاهیم را در یک بستر واقعی مشاهده کنند. منظور از بسترهای واقعی، زمینه‌هایی است که برای دانش‌آموزان قابل درک و فهم است. مرتبط کردن مفاهیم ریاضی با مفاهیم وضعیتهایی که برای دانش‌آموزان قابل درک است، به آسانی مفاهیم ریاضی را معنادار می‌کند. علاوه بر این، با این روش، چگونگی به کارگیری ریاضی نیز برای دانش‌آموزان روشن خواهد شد.

۲- هندسی سازی مفاهیم جبری برای درک بهتر مفاهیم جبری

یکی از بسترهای واقعی که بسیار می‌توانیم از آن استفاده کنیم زمینه هندسه است. به خاطر بصری بودن مفاهیم هندسی، این مفاهیم معنای روشنی برای دانش‌آموزان دارد و برقرار کردن رابطه با مفاهیم هندسی کمک زیادی به معنادار کردن مفاهیم جبری می‌کند.

۳- ارائه مثالهای متنوع برای دیدن مفهوم در زمینه‌های مختلف

دیدن یک مفهوم در زمینه‌های مختلف نقش مهمی در درک عمیقتر مفاهیم و اصلاح سوءفهم‌های احتمالی دارد. علاوه بر این با این روش، توانایی به کارگیری ریاضی در دانش‌آموزان بالا می‌رود.

۴- حل تمرین در کلاس به منظور تشخیص سوءفهم‌ها و اصلاح و تثبیت یادگیری

منظور از تمرین، عمل دانش‌آموز به هنگام کار با مفهوم تازه آموخته در وضعیتهای گوناگون است. در این اعمال سوءفهم‌های احتمالی شناخته می‌شوند و پس از اصلاح، آموخته‌ها تثبیت می‌شوند. البته این تثبیت شدنها نسبی است و با کار اضافه‌تر، عمق یادگیریها تغییر می‌کند.

۵- طرح مطالب قابل تامل تحت عنوان «بیندیشیم» برای درک عمیقتر و مباحثه بین دانش آموزان

تاملات شخصی دانش آموزان روی مفاهیم و مباحثه بین دانش آموزان نقش بسزایی در درک بهتر و عمیقتر مفاهیم دارد و به همین خاطر برخی مفاهیم به طور کامل در کتاب بحث نشده‌اند و برخی نکات باقیمانده به عنوان «بیندیشیم» بر عهده دانش آموزان گذاشته شده است. بسیار مناسب است که معلمان با استفاده از این نکات و نکات نظیر آن مباحثاتی روی مفاهیم و روشهای ریاضی داشته باشند.

۶- طرح و حل مسائل قابل توجه

وقتی یک مسئله قابل توجه با ابزارهای ریاضی برای دانش آموزان حل می‌شود، دانش آموزان به یک نگرش مثبت به ریاضی می‌رسند و می‌پذیرند که آموختن ریاضی بیهوده نیست. همچنین دانش آموزان می‌فهمند که ابزار پر قدرتی در اختیار دارند که می‌تواند در حل مسائل واقعی به آنها کمک کند. همچنین یاد می‌گیرند که چگونه می‌توان از ریاضی استفاده کرد و آن را به کار برد. تقریباً بیشترین اهداف کتاب با این روش برآورده می‌شود.

۵ اصولی که در تدریس باید رعایت شوند.

اهداف، روشها، و نگرشهایی که در این کتاب مورد توجه قرار گرفته است، موجب شده است که طراحی و تالیف این کتاب به شکل خاصی باشد. بنابراین برای تدریس آن باید به اصول زیر توجه کرد. البته اصول زیر روش تدریس خاصی را دیکته نمی‌کنند و نمی‌توان یک روش تدریس را به عنوان بهترین روش تدریس در همه جا به کار برد. روش تدریس تا حد زیادی تحت تاثیر چگونگی دانش آموز و عکس‌العملهای دانش آموز در کلاس است. هنر معلمی در آن است که با تطبیق خود با سطح و الگوهای یادگیری دانش آموزان همچنان اصول آموزش را رعایت کند.

۱- فعالیت فردی دانش آموزان

این، یک نکته اساسی است که هر گونه یادگیری توسط یک فرد، در ارتباط با فعالیت شخصی خود آن فرد است. یادگیری فقط با درگیر شدن عملی و ذهنی فرد در موضوع مورد آموزش، قابل انجام است. حتی زمانی که معلم فقط سخنرانی می‌کند و دانش آموز فقط گوش می‌کند، به شرطی یادگیری رخ می‌دهد که دانش آموز بتواند

حرفهای معلم را دنبال کند و آنها را برای خود معنادار کند و خود را درگیر در مرتبط کردن حرفهای معلم با دانش خود کند.

درک معنا برای مفاهیم، فقط توسط خود دانش آموز قابل انجام است و معلم حداکثر می‌تواند زمینه مناسب درک معنا را برای دانش آموز فراهم کند. فعالیتهای طرح شده در کتاب و طرح مسئله‌ها همگی در راستای ایجاد فضای مناسب برای درک بهتر مفاهیم مورد آموزش است.

۲- ایجاد انگیزه با طرح سوال و مسئله‌های قابل توجه و مفهوم سازی در ضمن حل این مسائل

ایجاد انگیزه برای شروع هر درسی لازم است تا دانش آموز را بر درس متمرکز کند. بهترین انگیزه‌ها سوالاتی است که جواب آنها برای دانش آموز قابل توجه باشد و نتواند به سادگی جواب را پیدا کند. بهترین نوع آموزش یک مفهوم، یافتن آن مفهوم در طی حل یک مسئله قابل توجه است.

رشد تاریخی ریاضی و پژوهش و تولید ریاضی نیز به همین شکل روی می‌دهد. این طبیعی‌ترین راه درک مفاهیم جدید است. با این روش همزمان پژوهش در ریاضی و تولید ریاضی نیز آموزش داده می‌شود. علاوه بر این در این روش جایگاه مفهوم جدید بین مفاهیم قبلی و ارتباطات آن با سایر مفاهیم نیز مشخص می‌شود. حل مسائل اساسی‌ترین کاری است که دانش آموزان انجام می‌دهند و با این روش، غیر مستقیم روشهای حل مسائل را نیز خواهند آموخت. در حل مسائل دانش آموزان آموخته‌های خود را به کار خواهند برد و روی آنها تمرین خواهند کرد و آنها را با هم مرتبط می‌سازند و مفاهیم جدید را برای خود معنادار می‌سازند.

۳- ارائه مفاهیم در بسترهای واقعی

بسترهای واقعی، زمینه‌هایی هستند که برای دانش آموزان قابل درک و فهم می‌باشند. در این زمینه‌ها درک معنای مفاهیم برای دانش آموزان به سادگی قابل انجام است. علاوه بر این بخاطر برقراری ارتباط بین مفاهیم ریاضی و محیط پیرامونی به کارگیری ریاضی آسانتر می‌شود.

۴- طرح مفاهیم در زمینه‌های مختلف

بسیار مناسب است که بتوانیم یک مفهوم را در زمینه‌های متفاوتی مطرح سازیم. با این عمل دانش آموز می‌تواند درک بهتری از مفاهیم ریاضی پیدا کند و چگونگی کارکردهای مفاهیم ریاضی را تشخیص دهد. علاوه بر این، توانایی دانش آموز در کار کردن با مفاهیم ریاضی و به کارگیری ریاضی در توصیف وضعیتهای واقعی و حل مسائل واقعی افزایش می‌یابد.

۵- ایجاد مباحثه و توصیفات کلامی

ریاضی با خوب و روشن و منطقی سخن گفتن ارتباط مستقیم دارد. در حقیقت، ریاضی نوعی سخن گفتن است و جملات ریاضی را می‌توان در زبان طبیعی نیز بیان کرد. سخن گفتن در باره یک مفهوم و استفاده از یک مفهوم برای بیان موقعیتهای گوناگون، نشان‌دهنده آن است که گوینده شناخت کافی از آن مفهوم پیدا کرده است و ارتباطات آن مفهوم را با سایر مفاهیم می‌شناسد. تمامی اینها به معنای داشتن یک درک عمیق از آن مفهوم است. بنابراین مباحثه روی مفاهیم و توصیف کلامی داشتن از مفاهیم ریاضی موجب می‌شود دانش آموزان سوءفهم‌های احتمالی خود را تشخیص دهند و ارتباطات درست بین مفاهیم را به دست آورند و درک خود را عمیق سازند.

ایجاد مباحثه برای رسیدن به یک آموزش مناسب و کامل بسیار ضروری است. تا آنجا که ممکن است باید دانش آموزان را وادار کنید که در مورد دانسته‌های خود بنویسند و سخن بگویند. از این طریق، مشکلات احتمالی که آموزش داشته است روشن می‌شود و با اصلاح آن آموزش، دقیق و کامل خواهد شد.

۶- حل مسائل قابل توجه

در این مورد در بخشهای قبلی توضیح داده شده است.

۶ فصلها و اهداف فصلهای کتاب ریاضی (۱)

یکی از نکات مهمی که ضروری است در این کتاب به آن توجه شود آن است که شیوه‌های ارائه مفاهیم ریاضی ثابت نیست و هر کتابی ممکن است شیوه خاص خود را بکار برده باشد. بنابراین معلمین همواره باید متوجه شیوه خاص کتاب مورد تدریس خود باشند و طبق محفوظات و معلومات خود عمل نکنند. شیوه ورود به مطلب و آموزش یک مفهوم از یک کتاب به کتاب دیگر ممکن است فرق کند. مثلاً در این کتاب هیچگونه بحثی در مورد نمایشهای اعشاری نامتناهی طرح نشده است، پس معلمان نباید چنین بحثی را مطرح سازند. در این کتاب منظور از عدد اعشاری، اعدادی هستند که طبق اصطلاحات قبلی بسط اعشاری مختوم دارند، بنابراین اصطلاح

عدد اعشاری با این تعریف باید بکار برده شود.

فصل (۱)

فهرست بخشهای فصل (۱)

- ۱.۱- اعداد طبیعی
- ۲.۱- اندازه گیری با اعداد طبیعی
- ۳.۱- اعداد صحیح
- ۴.۱- اعداد گویا
- ۵.۱- اعداد اعشاری
- ۶.۱- اعداد حقیقی
- ۷.۱- تقریب های اعشاری اعداد حقیقی
- ۸.۱- نمادها و زبان ریاضی

اهداف کلی فصل (۱): اعداد و نمادها

- ۱- یادآوری اعداد طبیعی، صحیح، گویا، و حقیقی
- ۲- تمییز گذاری بین نام یا نمایشهای یک عدد و خود عدد از طریق ارائه نمایشهای مختلف برای یک عدد
- ۳- هندسی سازی مفاهیم عددی از طریق محور اعداد، طول پاره خطها، مساحت مثلث و مستطیل
- ۴- یادآوری اعداد اعشاری و محاسبات جبری بین آنها
- ۵- شناخت تقریبات اعشاری اعداد حقیقی
- ۶- آشنایی با قدر مطلق اعداد حقیقی به طور هندسی و خواص ابتدایی آن
- ۷- وارد کردن نمادهای حرفی به عنوان نشانه یک عدد دلخواه
- ۸- استفاده از نمادها برای ساختن جملات کلی ریاضی و مقدمات محاسبات نمادین
- ۸- معنا بخشی به نمادهای حرفی از طریق هندسی و ترجمه بین جملات فارسی و ریاضی

اهداف کلی رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز

دانش آموزان باید بتوانند:

- ۱- بین مفهوم عدد و نمایشهای آن تفکیک به عمل آورند.
- ۲- نمایشهای دهدهی اعداد را به عنوان نشانه اعداد خاص و نمادهای حرفی را به عنوان نشانه عدد دلخواه بشناسند.
- ۳- نمایش هندسی اعداد روی محور اعداد را بشناسند و مکان اعداد خاص را روی محور اعداد به دست آورند.
- ۴- برای اعمال جبری، تعبیر هندسی داشته باشند و بین محاسبات جبری و اعمال هندسی رابطه برقرار کنند.
- ۵- با نمادها، جملات ریاضی را بیان کنند و جملات ریاضی را به زبان فارسی بیان کنند و توضیح دهند.

روش آموزشی کتاب: هندسی سازی مفاهیم جبری از طریق محور اعداد و وارد کردن نمادها به عنوان نشانه

یک عدد دلخواه و ترجمه بین زبانهای ریاضی و فارسی

توصیه های آموزشی:

- ۱- همواره از مفاهیم جبری روی اعداد، تعبیر هندسی ارائه دهید و آنها را به صورت اعمالی هندسی روی محور اعداد یا مساحتها به نمایش بگذارید.
- ۲- از نمایشهای گوناگون اعداد به عنوان ابزاری برای تفکیک بین مفهوم عدد و نمایش عدد استفاده کنید. عدد طبیعی از لحاظ مفهوم به معنای تعداد اشیا است و از لحاظ نمایش به شکلهای گوناگونی قابل نمایش است. این عمل به هنگام درک معنای نمادهای حرفی بسیار مهم است. بعد از این، نمایشهای دهدهی اعداد نشانه هایی هستند که اعداد خاص را نشان می دهند و نمادهای حرفی نشانه هایی هستند که یک عدد دلخواه را نشان می دهند.
- ۳- به مکان یابی اعداد روی محور اعداد توجه شود. با این عمل تعبیر هندسی اعداد و درک درست اعداد بهتر انجام می شود.

۴- به چگونگی مکان اعداد اعشاری روی محور توجه شود و مفهوم تقریبات اعشاری از روی محور تعبیر هندسی شود.

۵- جملات ساخته شده از طریق نمادها به طریق هندسی به نمایش درآید و به زبان فارسی بیان شوند و برعکس.

فصل (۲)

فهرست بخشهای فصل (۲)

۱.۲- مسئله گروه‌های دانش آموزی

۲.۲- مجموعه‌ها

تساوی مجموعه‌ها

۳.۲- زیرمجموعه

۴.۲- اجتماع مجموعه‌ها

۵.۲- اشتراک مجموعه‌ها

۶.۲- تفاضل مجموعه‌ها

۷.۲- مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

۸.۲- مشخص کردن مجموعه‌ها

اهداف کلی فصل (۲): مجموعه‌ها

۱- آشنایی با مفهوم مجموعه و مثالهای ساده از مجموعه‌ها

۲- آشنایی با مفاهیم تساوی مجموعه‌ها، زیرمجموعه، اجتماع، اشتراک، و تفاضل بین مجموعه‌ها

۳- آشنایی با مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

۴- توصیف مجموعه‌ها از طریق خاصیت مشترک اعضا و از طریق تولید شدن اعضا با یک فرمول

اهداف کلی رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز

دانش آموزان باید بتوانند:

- ۱- مفهوم مجموعه را بشناسند و مثالهای متنوع از آن ارائه کنند.
- ۲- اعمال اصلی روی مجموعه‌ها را بشناسند و در مجموعه‌های مشخص این اعمال را انجام دهند.
- ۳- فرق اساسی بین مجموعه‌های متناهی و نامتناهی را درک کنند و مثالهای آن را ارائه کنند.
- ۴- مجموعه‌ها را با مشخص کردن اعضایشان، از طریق روابط ریاضی نمایش دهند.

روش آموزشی کتاب: ابتدا از طریق طرح یک مسئله که مفاهیم اصلی مجموعه‌ها در آن دیده می‌شود، این مفاهیم در یک بستر واقعی معناسازی می‌شوند و با فعالیت فردی، این مفاهیم برای اوساخته می‌شوند.

توصیه‌های آموزشی:

- ۱- بکارگیری مفهوم مجموعه نسبت به مفاهیمی که در محیط پیرامونی بکاربرده می‌شود ولی رسماً نام مجموعه ندارند. مانند گروه‌های دانش آموزی، تیم فوتبال، منظومه شمسی،...
- ۲- ارائه زمینه‌های واقعی برای اعمالی که رسماً نام اعمال مجموعه‌ای ندارند ولی مربوط به اعمال مجموعه‌ای می‌شوند.
- ۳- طرح مسائلی واقعی و قابل توجه که در آنها مجموعه‌ها و عملیات روی مجموعه‌ها نقش اصلی را بازی می‌کنند.
- ۴- ارائه مفاهیم متناهی و نامتناهی از طریق شمارش که در یکی این عمل به انتها می‌رسد و در دیگری به انتها نمی‌رسد.

فصل (۳)

فهرست بخشهای فصل (۳)

۱.۳- توان رسانی و قواعد آن

توان صفر و توان منفی

۲.۳- نماد علمی

۳.۳- ریشه‌گیری

ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

جمع و تفریق رادیکال‌ها

اهداف کلی فصل (۳) توان رسانی و ریشه‌گیری

- ۱- آشنایی با توان رسانی به توان اعداد طبیعی و خواص اساسی آن به طور نمادین
- ۲- آشنایی با توان رسانی به توان اعداد صحیح و خواص اساسی آن به طور نمادین
- ۳- آشنایی با مقایسه اعداد توان دار
- ۴- انجام محاسبات نمادین با اعداد توان دار
- ۵- آشنایی با نماد علمی
- ۶- شناخت ریشه‌گیری به عنوان عکس عمل توان رسانی در حد ریشه‌های دوم و سوم
- ۷- شناخت خواص اساسی ریشه‌گیری دوم و سوم و انجام محاسبات نمادین روی آنها

اهداف کلی رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز

دانش آموزان باید بتوانند:

- ۱- خواص اساسی توان رسانی را به طور نمادین بیان کنند و به طور کلامی توضیح دهند.
- ۲- محاسبات با اعداد توان دار را انجام دهند و اعداد توان دار را با هم مقایسه کنند.
- ۳- نماد علمی را بشناسند و اعداد اعشاری را با نماد علمی بنویسند.
- ۴- ریشه‌گیری را بشناسند و خواص ریشه‌گیری را به طور نمادین بیان کنند و محاسبات با ریشه‌گیری را انجام دهند.

روش آموزشی کتاب: دو مفهوم توان رسانی و ریشه‌گیری از مفاهیم اصلی این فصل هستند. توان رسانی در ارتباط با تکثیر سلولها معنا سازی شده است. برای توان رسانی به توان صفر و اعداد صحیح منفی از الگویابی

استفاده شده است و سعی شده است با تشکیل جدول ویافتن الگوی تغییرات توانها، به توان صفر رسیدن و به توان (-۱) رسیدن حدس زده شود و سپس تعریف نهایی آورده شود. در مورد ریشه‌گیری و معناسازی آن از تعبیر هندسی مجذور به عنوان مساحت مربع و مکعب کردن به عنوان حجم مکعب استفاده شده است.

توصیه‌های آموزشی:

۱- برای تعاریفی که انجام می‌شود توجه مناسب آورده شود. مثلاً، توان رسانی به توان اعداد طبیعی فقط یک قرارداد ساده نویسی برای نوشتن یک ضرب مکرر است. علت رعایت الگو برای تعریف توان رسانی به توان صفر و اعداد صحیح منفی آن است که خواص اساسی توان رسانی برقرار بمانند. ریشه‌گیری عکس عمل توان رسانی است.

۲- به خاطر ورود علائم جدید، لازم است روی شیوه‌های صحیح بکارگیری این علائم مانند توان و ریشه‌گیری و اعمال جبری بین آنها تمرین شود. وقتی علامت جدیدی وارد زبان ریاضی می‌شود، این به منزله اضافه شدن یک لفظ جدید است که برای فهم درست معنای آن و شیوه‌های صحیح بکاربردن آن لازم است دانش‌آموز آن را در چند جای مختلف و به شیوه‌های مختلف ببیند و ارائه مثال همین نقش را بازی می‌کند. در اینجا قراردادها و رعایت درست قراردادها مطرح می‌شوند که در سرتاسر ریاضی وجود دارند و لازم است در مورد آن تمرین کافی به عمل آید.

فصل (۴)

فهرست بخشهای فصل (۴)

۱.۴- تفریق و قرینه اعداد

۲.۴- تقسیم و معکوس اعداد

۳.۴- عبارت‌های جبری

یک جمله‌ایها

جمع و تفریق یک جمله‌ایها

ضرب یک جمله‌ای‌ها
چندجمله‌ای‌ها
جمع و ضرب چندجمله‌ای‌ها
۴.۴- اتحادها و تجزیه

اهداف کلی فصل (۴): چندجمله‌ای‌ها و اتحادها

- ۱- آشنایی با محاسبات نمادین اولیه مانند مانند جمع و تفریق و ضرب و تقسیم و خواص اساسی این اعمال به طور نمادین
- ۲- درک معنا از محاسبات نمادین به عنوان اعمال جبری روی اعداد دلخواه
- ۳- آشنایی با مفهوم عبارت جبری به عنوان محاسبات جبری روی نمادهایی که نشانه یک عدد دلخواه هستند
- ۴- آشنایی با متغیر و مقدار عبارت جبری به ازای مقدارهای خاص برای متغیرهایش
- ۵- آشنایی با یک جمله‌ای و چندجمله‌ای به عنوان عبارت‌های جبری خاص
- ۶- درک معنا از عبارت‌های جبری از طریق تعبیر هندسی
- ۷- آشنایی با جمع و ضرب چندجمله‌ایها
- ۸- آشنایی با مفهوم اتحاد و تجزیه

اهداف کلی رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز

دانش آموزان باید بتوانند:

- ۱- خواص اساسی چهار عمل اصلی را بشناسند و به طور نمادین بیان کنند.
 - ۲- عبارت‌های جبری را به عنوان محاسبات جبری روی نمادها بشناسند و نمونه‌هایی از عبارت‌های جبری را بیان کنند.
 - ۳- از طریق مسائل هندسی، نمونه‌هایی از عبارت‌های جبری را ارائه کنند.
- مفهوم متغیر را به عنوان نمادی که نشانه یک عدد دلخواه است بشناسند و مقدارهای عبارت‌های جبری را به ازای مقادیر خاص برای متغیرهایشان محاسبه کنند.

- ۴- چند جمله‌ایها را به عنوان عبارتهای جبری خاص که در آنها فقط از اعمال جمع و تفریق و ضرب استفاده شده است بشناسند و محاسبات جبری را روی آنها انجام دهند.
- ۵- مفهوم اتحاد را بشناسند و نمونه‌های اصلی اتحادها را به همراه تعبیر هندسی آنها بشناسند و در محاسبات به کار برند.
- ۶- مفهوم تجزیه را بشناسند و عبارتهای جبری ساده را از طریق اتحادها تجزیه کنند.

روش آموزشی کتاب: روش این فصل، نمادین سازی و بیان نمادین خواصی از اعداد است که قبلاً دانش آموز با آنها آشنایی دارد ولی فقط روی اعداد خاص با این ویژگیهای اعداد کار کرده است. بنابراین با درک این موضوع که نمادها، نشانه اعداد دلخواه هستند همان خواص را مجدداً به طور نمادین بیان می‌کنیم. کلی‌ترین مفهوم این فصل، عبارت جبری است که از طریق مثالهای هندسی معنادار شده است. عبارت جبری به عنوان یک محاسبه جبری روی نمادهایی که نشانه اعداد دلخواه هستند معرفی می‌شود. محاسبه مقدار عبارت جبری به ازای مقادیری برای متغیرهایش کمک زیادی به درک معنای عبارت جبری می‌کند.

توصیه‌های آموزشی:

- ۱- نمادها را به عنوان نشانه‌های اعداد دلخواه متذکر شوید.
- ۲- از عبارتهای جبری و عملیات روی آنها تعبیر هندسی ارائه دهید.
- ۳- از اتحادها تعبیر هندسی ارائه دهید.
- ۴- مسائل مهم و قابل توجه که از طریق مفاهیم این فصل حل می‌شوند مطرح سازید.

فصل (۵)

فهرست بخشهای فصل (۵)

۱.۵- معادله

۲.۵- رابطه خطی

- ۳.۵- شیب
- ۴.۵- شیب خط
- ۵.۵- معادله‌ی خط
- ۶.۵- خط‌های عمود بر هم
- ۷.۵- دستگاه معادلات خطی دو مجهولی
- ۸.۵- فاصله بین دو نقطه

اهداف کلی فصل (۵): معادلات درجه اول و معادله‌ی خط

- ۱- آشنایی با معادلات درجه اول و عملیات جبری ساده روی آنها در یک بستر واقعی
- ۲- آشنایی با جواب معادله و حل معادله درجه اول به طور نمادین
- ۳- آشنایی با مفهوم کلی رابطه و آشنایی با رابطه خطی و نمودار آن
- ۴- درک شهودی مفهوم شیب و آشنایی با شیب خط و روش محاسبه آن
- ۵- یافتن شیب خط از طریق معادله خط و تشخیص حالت توازی و تعامد دو خط از طریق شیب
- ۶- یافتن معادله یک خط از طریق شیب و یک نقطه آن
- ۷- آشنایی با دستگاه معادلات خطی دو مجهولی و تعبیر هندسی و شیوه حل آنها
- ۸- یافتن فاصله بین دو نقطه از طریق مختصات آن نقاط

اهداف کلی رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز

دانش آموزان باید بتوانند:

- ۱- در حل مسائل ساده، معادله تشکیل دهند و معادلات درجه اول به دست آمده را حل کنند.
- ۲- روی معادلات، عملیات جبری ساده انجام دهند و معادلات را به شکل ساده‌تر بنویسند.
- ۳- شکل کلی معادلات درجه اول و حل آنها را بشناسند و در عمل به کار برند.
- ۴- یک درک کلی از روابط داشته باشند و با تشکیل جدول و رسم نمودار، روابط خطی را تشخیص دهند و برای آنها معادله بنویسند.

۵- از شیب درک ملموس داشته باشند و شیوه محاسبه عددی آن را بشناسند و بتوانند شیبهای مختلف را با هم مقایسه کنند.

۶- مفهوم شیب را در مورد خطهای رسم شده در یک دستگاه مختصات تعمیم دهند و رابطه شیب خط و معادله خط را به دست آورند و معادله یک خط را از طریق شیب آن خط و مختصات یک نقطه آن به دست آورند.

۷- حالت توازی و تعامد بین دو خط را از طریق شیب آنها تشخیص دهند.

۸- معنای دستگاه دو معادله و دو مجهولی و جوابهای آن را درک کنند و نسبت به آن تعبیر هندسی داشته باشند و روشهای حل آن را به کار برند.

۹- فاصله بین نقاط را از طریق مختصات آن نقاط محاسبه کنند و در حل مسائل به کار برند.

روش آموزشی کتاب: برای ایجاد یک بستر واقعی برای درک مفهوم معادله از ترازو استفاده شده است. از همین طریق درستی عملیات جبری روی یک معادله توجیه شده است. از طریق حل تمرینهای نمونه چگونگی حل معادلات درجه اول توضیح داده شده است. برای درک روابط خطی از طریق فعالیتها و ارائه مثالهای متنوع عمل شده است. حل یک مسئله قابل توجه با استفاده از این مفاهیم انجام شده است. مفهوم شیب با استفاده از خیابانهای سربالایی و پایینی و پلکان معناسازی شده است و با تشابه، این مفهوم برای خط تعریف شده است. دستگاه معادلات خطی دو مجهولی نیز از طریق یک بستر واقعی و تعبیر هندسی ارائه شده است.

توصیه‌های آموزشی:

- ۱- مفاهیم را در بسترهای واقعی مطرح کنید.
- ۲- مثالهای متنوع در زمینه‌های مختلف ارائه کنید.
- ۳- از تعبیرهای هندسی برای معنابخشی به مفاهیم استفاده کنید.
- ۴- مسائل مهم و قابل توجه که از طریق مفاهیم این فصل حل می‌شوند مطرح سازید.

فصل (۶)

فهرست بخشهای فصل (۶)

- ۱.۶- طرح یک مسئله
- ۲.۶- تانژانت زاویه
- ۳.۶- سینوس زاویه
- ۴.۶- کسینوس زاویه
- ۵.۶- شیب خط و تانژانت
- ۶.۶- روابط بین نسبت‌های مثلثاتی

اهداف کلی فصل (۶): نسبت‌های مثلثاتی

- ۱- آشنا شدن با نسبت‌های مثلثاتی سینوس، کسینوس، و تانژانت برای زاویه‌های حاده از طریق مثلثهای قائم‌الزاویه
- ۲- محاسبه مستقیم نسبت‌های مثلثاتی به طور تقریبی، از طریق اندازه‌گیری با خط‌کش و حل مسائل
- ۳- یافتن نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های خاص 30° و 45° و 60° درجه
- ۴- آشنایی با برخی اتحاد‌های مثلثاتی ابتدایی مانند $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ و $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
- ۵- آشنایی با زاویه بین یک خط و محور طولها و برقرار کردن رابطه بین شیب خط و تانژانت این زاویه.

اهداف کلی رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز

دانش‌آموزان باید بتوانند:

- ۱- نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های حاده را از طریق نسبت اضلاع در مثلثهای قائم‌الزاویه بشناسند و محاسبه کنند.
- ۲- با داشتن یک زاویه از طریق رسم مثلث قائم‌الزاویه با اندازه‌گیری طول اضلاع مثلث (به طور تقریبی) نسبت‌های مثلثاتی را به طور تقریبی حساب کنند.
- ۳- در حل مسائل هندسی از نسبت‌های مثلثاتی استفاده کنند.

- ۴- روابط بین نسبت‌های مثلثاتی را بشناسند و در محاسبات از آنها استفاده کنند.
- ۵- رابطه بین شیب خط و تانژانت زاویه بین خط و محور طولها را بشناسند و در حل مسائل از آن استفاده کنند.

روش آموزشی کتاب: در این فصل با طرح یک مسئله، مفهوم تانژانت ساخته می‌شود. در این مسئله مستقیماً مفهوم تانژانت دیده نمی‌شود و یک نسبت طول اضلاع در یک مثلث قائم الزاویه دیده می‌شود که به عنوان تانژانت نامگذاری می‌شود. به همین ترتیب بقیه نسبت‌های مثلثاتی معرفی می‌شوند. از طریق روابطی که در یک مثلث قائم‌الزاویه برقرار است، برخی اتحادهای مثلثاتی استخراج شده‌اند.

توصیه‌های آموزشی:

- ۱- از تعریف مستقیم نسبت‌های مثلثاتی پرهیز کنید. ابتدا اهمیت این نسبتها را در یک مسئله نشان دهید و بعد آن را نامگذاری کنید.
- ۲- در زمینه‌های مختلف حضور این مفاهیم را نشان دهید.
- ۳- مسائل قابل توجه و مهم را با این مفاهیم حل کنید.

فصل (۷)

فهرست بخشهای فصل (۷)

۱.۷- حل یک مسئله

۲.۷- عبارتهای گویا

اعمال جبری روی عبارتهای گویا

۳.۷- ساده کردن عبارتهای گویا

تقسیم چندجمله‌ای‌ها

قاعده تقسیم دو چندجمله‌ای بر هم

۴.۷- عبارتهای رادیکالی

اهداف کلی فصل (۷): عبارتهای گویا

- ۱- آشنایی با عبارتهای گویا و اعمال جبری روی آنها و ساده کردن آنها
- ۲- آشنایی با تقسیم چند جمله‌ایها، خارج قسمت و باقیمانده و رابطه بین مقسوم و مقسوم علیه و خارج قسمت و باقیمانده
- ۳- آشنایی با عبارتهای رادیکالی و گویا کردن مخرج کسره‌های رادیکالی

اهداف کلی رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز

دانش آموزان باید بتوانند:

- ۱- عبارتهای گویا را از غیرگویا تشخیص دهد.
- ۲- محاسبات جبری با عبارتهای گویا و ساده کردن عبارتهای گویا را انجام دهد.
- ۳- مقادیری از متغیر که عبارت گویا به ازای آنها تعریف نشده است را تشخیص دهد.
- ۴- تقسیم چند جمله‌ایها را بر هم انجام دهد و خارج قسمت و باقیمانده را به دست آورد و رابطه بین آنها را بشناسد.
- ۵- عبارتهای رادیکالی را بشناسد و در چند مثال هندسی نمونه‌هایی از آنها را بسازد.
- ۶- با عبارتهای رادیکالی محاسبات جبری انجام دهد و آنها را ساده کند.
- ۷- مقادیری از متغیر که یک عبارت رادیکالی به ازای آنها تعریف نشده است را تشخیص دهد.
- ۸- مخرج کسرهایی رادیکالی ساده را گویا کند.

روش آموزشی کتاب: کتاب با طرح یک مسئله و حل آن آغاز می‌شود که در طی آن عبارتهای گویا ظاهر می‌شوند و از این طریق اهمیت و معنای عبارتهای گویا توجه می‌شود. هر عبارت گویا حالت خاصی از عبارتهای جبری در نظر گرفته شده است. محاسبات روی عبارتهای گویا همانند محاسبه روی اعداد کسری توضیح داده می‌شود.

توصیه‌های آموزشی:

- ۱- در بسترهای واقعی حضور مفاهیم عبارتهای گویا و اعمال جبری بین آنها را نشان دهید.
- ۲- عملیات جبری بین عبارتهای گویا را به عنوان اعمال بین اعداد معمولی که مقدار آنها معین نشده است، مطرح کنید.
- ۳- مسائل قابل توجه و مهم را با این مفاهیم حل کنید.

فصل (۸)

فهرست بخشهای فصل (۸)

- ۱.۸- معادلات درجه دوم
- ۲.۸- روشهای حل معادلات درجه دوم
 - روش آزمون و خطا
 - روش هندسی
 - روش خوارزمی
 - روش تجزیه
 - روش مربع کامل
- فرمول کلی جوابهای معادلات درجه دوم

اهداف کلی فصل (۸): معادلات درجه دوم و حل آنها

- ۱- آشنایی با معادلات درجه دوم
- ۲- آشنایی با روشهای حل معادلات درجه دوم: روش آزمون خطا، روش هندسی، روش تجزیه، روش خوارزمی، روش مربع کامل
- ۳- ارائه فرمول کلی جوابهای معادلات درجه دوم

اهداف رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز

دانش آموزان باید بتوانند:

- ۱- معادلات درجه دوم را تشخیص دهند و در مسائل عملی نمونه‌هایی از آنها را به دست آورند.
- ۲- از طریق روش آزمون و خطا جوابهای تقریبی برای معادلات به دست آورند.
- ۳- از طریق روش هندسی وجود یا عدم وجود جواب برای معادلات درجه دوم را تشخیص دهند و تخمینی برای جوابها به دست آورند.
- ۴- روشهای گوناگون حل معادلات درجه دوم را بشناسند و به کار برند.
- ۵- فرمول کلی جوابهای معادلات درجه دوم را بشناسند و از آن استفاده کنند.
- ۶- جواب معادلات درجه دومی که از مسائل واقعی ساخته شده‌اند را تفسیر کنند.

روش آموزشی کتاب: ابتدا با طرح یک مسئله، معادلات درجه دوم معرفی می‌شوند. با این روش چگونگی و اهمیت و معنای معادلات درجه دوم توجیه می‌شوند. برای چگونگی حل این معادلات از روشهای متعددی استفاده شده است که برخی از آنها کلی است و برای معادلات دیگر نیز می‌تواند بکار رود. ارائه تعبیر هندسی از معادلات یک روش مهم به حساب می‌آید که موجب ایجاد بینش عمیقتر از مفاهیم جبری می‌شود.

توصیه‌های آموزشی:

- ۱- از طریق طرح مسائل جالب، معادلات درجه دوم به دست آورید که جواب آنها برای دانش آموز مهم باشد.
- ۲- عملیات جبری روی این معادلات را تعبیر و تفسیر هندسی کنید.
- ۳- جوابهای این معادلات را تعبیر و تفسیر هندسی، یا در یک بستر واقعی معنادار کنید.
- ۴- مسائل قابل توجه و مهم را با این مفاهیم حل کنید.

فصل (۹)

فهرست بخشهای فصل (۹)

۱.۹- نامساوی

نامساوی کوچکتر یا مساوی

۲.۹- نامعادلات

۳.۹- روشهای حل نامعادله‌ها

حل یک مسئله

اهداف کلی فصل (۹): نامعادلات درجه اول

۱- آشنایی با نامعادلات درجه اول در یک بستر واقعی

۲- آشنایی با نامساوی کوچکتر یا مساوی

۳- آشنایی با عملیات جبری روی نامساویها

۴- آشنایی با روشهای حل نامعادلات درجه اول

اهداف رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز

دانش آموزان باید بتوانند:

۱- نامساوی کوچکتر یا مساوی را بشناسند و به کار برند.

۲- مفهوم نامعادله، به ویژه نامعادله درجه اول، را درک کنند و در مسائل واقعی نمونه‌هایی از آنها را به دست آورند.

۳- عملیات جبری روی نامعادلات را بشناسند و آنها را برای حل نامعادلات درجه اول به کار برند.

روش آموزشی کتاب: در این فصل با استفاده از حالت عدم تعادل ترازویک بستر واقعی برای آموزش

مفهوم نامساوی و نامعادله ایجاد شده است. در این زمینه، عملیات جبری اضافه یا کم کردن به طرفین یک

نامساوی و ضرب طرفین در یک عدد مثبت توجیه شده است. نامساوی کوچکتر یا مساوی از طریق حل یک

مسئله توضیح داده شده است. از طریق حل یک مسئله چگونگی ضرب طرفین یک نامساوی در عدد منفی بررسی شده است و سپس اثبات ریاضی آن آورده شده است.

توصیه‌های آموزشی:

- ۱- در بسترهای واقعی این مفاهیم را معنادار کنید.
- ۲- نکات مهم را در طرح مسائل جالب توجه برای دانش آموزان توضیح دهید.

۷ پرسشها و پاسخها در مورد محتویات کتاب ریاضی (۱)

پس از تالیف کتاب، در جلسات مختلفی که با معلمان برگزار شد سوالات متعددی در مورد محتوای کتاب مطرح شد که خلاصه‌ای از آنها در زیر آورده شده است. از آنجا که این سوالات احتمالاً برای سایر معلمان نیز مطرح است، امید است توضیحات زیر، ابهامات نسبت به کتاب را کمتر کند.

۱- در فصل اول، صفحه ۸، از مفهوم اندازه‌گیری با اعداد صحیح صحبت شده است. آیا با اعداد منفی هم اندازه‌گیری انجام می‌شود؟

در حالت کلی، اندازه‌گیری یک کمیت، به معنای نسبت دادن عدد به مقدارهایی از آن کمیت، از طریق یک روش وقاعده مشخص است. اعداد نسبت داده شده ممکن است منفی هم باشند. مثلاً در اندازه‌گیری دمای هوا، درجه حرارت‌های زیر صفر با اعداد منفی بیان می‌شوند. البته اکثر اندازه‌گیریها، با اعداد طبیعی شروع می‌شوند و حداکثر اعداد حقیقی مثبت مورد استفاده قرار می‌گیرند. ولی در تعمیم مفهوم اندازه‌گیری، اگر در کمیت مورد اندازه‌گیری جهت وجود داشته باشد اعداد منفی هم به عنوان اندازه وارد می‌شوند.

۲- آیا نمی‌توان همه اعداد را به صورت اعشاری نوشت؟ در نتیجه آیا همه اعداد اعشاری نیستند؟ اما در کتاب فقط بخشی از اعداد گویا به عنوان اعداد اعشاری تعریف شده‌اند. منظور از نوشتن اعداد به صورت اعشاری، همان بسط اعشاری اعداد است که برای اکثر اعداد، نامتناهی و

اصطلاحاً غیرمختوم است. اصطلاحاتی که رسماً در این مورد به کار رفته است «بسط اعشاری»، «نمایش اعشاری»، و «نماد اعشاری» است. «عدد اعشاری» اصطلاح دیگری است که فقط برای اعدادی به کار می‌رود که اصطلاحاً نمایش اعشاری مختوم دارند. این نتیجه‌گیری که هر عدد که نمایش اعشاری دارد یک عدد اعشاری است وقتی درست است که در جایی در تعریف اصطلاح «عدد اعشاری» گفته باشیم که: یک عدد را اعشاری می‌نامیم هرگاه نمایش اعشاری یا بسط اعشاری داشته باشد. در هیچ کجا چنین تعریفی از اعداد اعشاری نشده است و چنین تعریفی بیهوده است. زیرا با این تعریف، همه اعداد، اعشاری هستند و مفهوم جدیدی وجود ندارد تا نیازمند اصطلاح جدید باشیم. البته بروز این ابهامات طبیعی است زیرا اصطلاحات متعددی در مفهوم اعشاری به کار رفته است و اکثر افراد دقت لازم برای صحیح به کار بردن این اصطلاحات را نداشته‌اند.

۳- تعریف دقیق تقریب اعشاری با دقت n رقم اعشار چیست؟

اگر x عددی بین صفر و یک باشد و a_1, \dots, a_n ارقامی بین صفر تا نه باشند گوئیم $\circ/a_1 \dots a_n$ تقریب x تا n رقم اعشار است هرگاه

$$\circ/a_1 \dots a_n \leq x < \circ/a_1 \dots a_n + \frac{1}{10^n}$$

این نامساویها به معنای آن هستند که $\circ/a_1 \dots a_n$ از x کوچکتر یا مساوی است ولی اگر به آخرین رقم آن یک واحد اضافه کنیم حاصل از x اکیدا بزرگتر می‌شود. اگر دقت رقمهای اعشار را اضافه کنیم n رقم اولیه تغییری نمی‌کنند و فقط باید رقمهای بعدی را تعیین کنیم.

۴- چرا بسط اعشاری نامتناهی اعداد حذف شده است؟ آیا با بسطهای اعشاری نمی‌توان اعداد حقیقی را

بهبتر معرفی کرد؟

در بسط اعشاری اعداد که حالت نامتناهی دارند یک مفهوم حد و حدگیری وجود دارد که بحثی در مورد آن نمی‌شود. این بسطهای نامتناهی، معنایی در دانش آموز ایجاد نمی‌کنند و دانش آموزان درک واقعی از آن پیدا نمی‌کنند. همچنین از این بسطها استفاده‌ای در کتاب نمی‌شود، بنابراین لزومی به آوردن بسطهای اعشاری نامتناهی نیست و معرفی اعداد حقیقی از طریق هندسی بسیار آسانتر و معنای آن روشنتر است. وقتی با محور

اعداد کار می‌کنیم و اعداد گویا را روی آن نمایش می‌دهیم، دانش آموز آمادگی آن را دارد که بقیه نقاط روی خط را نیز به عنوان عدد بپذیرد و اعمال جبری روی اعداد حقیقی را به طور هندسی با اعمال هندسی انجام دهد. تمام عملیات جبری مهم روی اعداد حقیقی که در سطح مدرسه به آن نیاز داریم مانند جمع و تفریق، ضرب و تقسیم، قرینه‌یابی و معکوس‌یابی، و حتی جذرگیری از طریق هندسی قابل انجام است. البته لزومی ندارد که این عملیات در سطح این کتاب انجام شود ولی برای دانش آموزان قوی قابل انجام است.

۵- چرا در تعریف مجموعه‌ها «تمایز بودن اشیاء» حذف شده است؟

در تعریف مجموعه‌ها، ذکر متمایز بودن اشیاء، تاثیری بر تعریف ندارد و از جهاتی مشکلاتی را هم پدید می‌آورد. مثلاً در تعریف برخی مجموعه‌ها ممکن است اشیائی را نام ببریم و پیشاپیش از متمایز بودن آنها اطلاعی هم نداشته باشیم. در این حالت شرط متمایز بودن اشیاء یک مجموعه می‌تواند ما را دچار دردسر کند. احتمالاً بیان شرط متمایز بودن اشیاء یک مجموعه بیشتر به خاطر این نکته است که تکرار یک شیئی تغییری در مجموعه ایجاد نمی‌کند. اما این نکته در ارتباط با شرط تساوی مجموعه‌ها معین می‌شود. وقتی چگونگی تساوی مجموعه‌ها را بحث می‌کنیم و تعریف تساوی مجموعه‌ها را ارائه می‌کنیم، در آنجا است که مشخص می‌شود تکرار یک شیئی و ترتیب ارائه اعضای یک مجموعه تغییری در مجموعه ایجاد نمی‌کند.

۶- چرا «تساوی مجموعه‌ها» قبل از «زیرمجموعه» آمده است؟ تساوی را از طریق زیرمجموعه تعریف

می‌کنند.

مفهوم تساوی بسیار مهم‌تر از مفهوم زیرمجموعه است. وقتی اشیاء جدیدی معرفی می‌شوند (در اینجا مجموعه‌ها) قبل از هر چیز تشخیص چگونگی تساوی بین آنها مسئله اصلی است. پس از درک تساوی است که می‌توان سایر مفاهیم را مطرح کرد. ملاک تقدم و تاخر عموماً اهمیت مفاهیم است. البته در هر بحث ریاضی معمولاً مفاهیم در ارتباط با یکدیگرند ولی این ارتباطات به صورت یک زنجیر و در امتداد هم نیست و با ترتیبهای گوناگونی می‌توان آنها را ارائه کرد که تا حد زیادی به سلیقه ریاضیدان و تاکیدات او بستگی دارد.

۷- علامت ϕ یک نماد است که برای مجموعه تهی به کار می‌رود. چرا این نماد را به عنوان نام مجموعه تهی به کار برده‌اید؟

«نماد» یک اصطلاح کلی است که برای هر نوع علامتی روی کاغذ به کار می‌رود. با کنار هم گذاردن نمادها عبارتهایی ساخته می‌شوند که از آنها برای نامگذاری مفاهیم و اشیاء ریاضی استفاده می‌شود. حتی از یک نماد به تنهایی نیز به عنوان نام استفاده می‌شود. مثلاً ارقام ۱، ۰، ۱، ۰، ۹، همگی نمادهایی هستند که از طریق آنها نام اعداد طبیعی ساخته می‌شوند. خود این نمادها نیز نام اعداد صفر و یک و ... نه هستند. بنابراین « ϕ » نمادی است که از آن به عنوان نام مجموعه تهی استفاده می‌کنیم.

۸- در بخش مسائل صفحه ۳۹، از مجموعه شهرهای شمالی و جنوبی و شمال غربی و نظایر آن صحبت شده است در حالی که این مجموعه‌ها تعریف دقیقی ندارند و مجموعه حساب نمی‌شوند. چگونه اینها را مجموعه حساب کنیم؟ اعضای این مجموعه‌ها چگونه تعیین می‌شوند؟

در این مسئله خواسته نشده است که اعضای مجموعه شهرهای شمالی و نظایر آن تعیین شوند و فقط اشتراک آنها با یک مجموعه خاص خواسته شده است که ابهامی در بر ندارد.

اما اگر برای دانش آموزی این ابهام در تعریف این مجموعه‌ها مطرح شد شما می‌توانید تعریف را دقیق کنید. از مرکز ایران خطی افقی، موازی استوا (در نقشه‌ها این خط وجود دارد) رسم کنید هر شهری که کاملاً (بدون تقاطع با این خط) بالای این خط قرار گرفت شهر شمالی و هر شهر که پایین این خط قرار گرفت شهر جنوبی بنامید. با در نظر گیری نصف‌النهاری که از مرکز ایران می‌گذرد با روش مشابه شهرهای شرقی و غربی را تعریف کنید. به این ترتیب آن مجموعه‌ها تعریف دقیق خواهند داشت و مشکلی پیش نخواهد آمد. البته این عملیات را زمانی انجام دهید که واقعا برای دانش آموزان مشکل مفهومی پیش آمده باشد.

۹- چرا مجموعه مرجع و عمل متمم‌گیری حذف شده است؟

مفهوم مجموعه مرجع یک مفهوم طبیعی نیست و جنبه قراردادی دارد و ممکن است با مفهوم مجموعه جهانی که وجود ندارد اشتباه گرفته شود. از این مفهوم در این کتاب استفاده‌ای نمی‌شود و لزومی به آوردن آن نیست. در هر کجا که مفهوم مجموعه مرجع جایگاه طبیعی دارد خود به خود عمل متمم‌گیری از طریق عمل تفاضل قابل بیان است و در همانجا می‌توان این مفاهیم را مطرح ساخت.

۱۰- دانش آموزان به هنگام کار کردن با علامت «-» دچار مشکل می‌شوند و نمی‌دانند آن را به معنی قرینه سازی بگیرند یا عمل تفاضل.

علامت «-» به سه شکل در محاسبات جبری به کار می‌رود که بی‌ارتباط با هم نیستند. اولین کاربرد این علامت در بیان علامت منفی برای یک عدد صحیح است مانند ۱۲- . دومین کاربرد آن بیان عمل قرینه‌گیری است که روی یک عدد عمل می‌کند و قرینه آن را می‌سازد مانند $(6 + 12) -$. سومین کاربرد این علامت بیان عمل تفاضل بین دو عدد است مانند $6 - 12$. این کاربردها به هم مربوطند مثلاً در عبارت $12 -$ علامت «-» را می‌توان هم علامت عدد در نظر گرفت و هم می‌توان آن را عمل قرینه‌سازی در نظر گرفت که روی ۱۲ عمل می‌کند و قرینه آن را می‌سازد. همچنین عمل تفاضل با عمل قرینه‌گیری به شکل $a - b = a + (-b)$ مربوط است.

در ریاضی ممکن است یک علامت در معنای مختلفی به کار رود ولی از طریق متن باید بتوان تشخیص داد معنای علامت به کار رفته چیست. برای انجام این عمل، به عنوان مثال پس از توضیحات کافی نسبت به کاربردهای علامت «-»، تمرین روی حالات مختلف کاربرد «-» می‌تواند راهگشا باشد.

۱۱- چرا تجزیه به عوامل اول بسیار ناقص آمده است؟

در این کتاب در مورد تجزیه به عوامل اول صحبتی نشده است. در این کتاب چه در مورد اعداد و چه در مورد عبارتهای جبری فقط از تجزیه به دو یا چند عامل صحبت شده است و آن عوامل لزومی ندارد اول بوده باشند. در این کتاب به بیش از این نیازی نبوده است.

۱۲- چرا توان کسری در کتاب نیامده است؟

برای بیان توانهای کسری لازم است ریشه‌گیری با فرجه دلخواه تعریف شده باشد و در این کتاب حداکثر ریشه سوم مورد بحث قرار گرفته است. علاوه بر این در اهداف این کتاب و کتاب قبلی نیز بیان توانهای کسری نبوده است.

۱۳- محاسبات کسری انجام شده در ابتدای فصل (۴) به چه منظور آورده شده است؟

تمام محاسبات جبری، وابسته به خواص اصلی جمع و تفریق و ضرب و تقسیم و عمل توان‌رسانی و ریشه‌گیری است. دانش‌آموزان ابتدا باید با این خواص به طور نمادین آشنا شوند و چگونگی استفاده از آنها را بیاموزند. در فصل اول با خواص مهم جمع و ضرب به طور نمادین آشنا شده‌اند. برای سنگین نشدن فصل اول، بقیه این خواص به فصلهای بعدی منتقل شده‌اند. از آنجا که در فصل چهارم و بقیه فصلها به محاسبات جبری با اعمال تفریق و تقسیم نیاز داریم، خواص اساسی این دو عمل به طور نمادین در اول فصل چهارم مورد بحث قرار گرفته است.

۱۴- آیا $\sqrt{x}\sqrt{x} = x$ یک اتحاد است؟ تعریف دقیق اتحاد چیست؟ آیا تعریف کتاب از اتحاد کامل است؟

در اتحادها، تساوی بین دو عبارت جبری بیان می‌شود. برای یک تعریف دقیق از اتحادها لازم است که یک تعریف دقیق از تساوی بین عبارتهای جبری در اختیار داشته باشیم. تساوی بین دو عبارت جبری را وقتی می‌توانیم تعریف کنیم که معلوم باشد آنها را چگونه شیئی می‌دانیم. معمولاً به عبارتهای جبری مانند یک تابع نگاه می‌کنیم که به ازای برخی مقایر از متغیرهایشان تعریف شده‌اند.

اگر به عنوان یک تابع به عبارتهای جبری نگاه کنیم، تساوی بین آنها را باید به صورت تساوی توابع در نظر بگیریم که دامنه یکسان و مقادیر یکسان دارند. با این تعریف عبارت x و $\frac{x^2}{x}$ را نمی‌توانیم یکی بگیریم چون دامنه یکسان ندارند. اما ما ترجیح می‌دهیم این دو عبارت را یکی بگیریم، بنابراین مجبوریم کمی تعریف را اصلاح کنیم و بگوییم دو عبارت جبری را مساوی می‌گوییم هرگاه به ازای هر مقداری از متغیرهایشان که دو طرف تعریف شده‌اند مقدارهای مساوی داشته باشند. با این تعریف تساویهای زیر برقرارند و اتحاد می‌باشند.

$$\frac{x^2}{x} = x, \quad \sqrt{x}\sqrt{x} = x, \quad \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}$$

البته با این تعریف برخی دیگر از عبارتها مانند $\sqrt{x} = \sqrt{-x}$ نیز اتحاد محسوب می‌شوند که شاید چندان برای ما مطلوب نباشد. دقیقترین و شاید مناسبترین تعریف برای تساوی دو عبارت جبری آن است که دامنه مشخصی در مجموعه اعداد ارائه شود و تساوی در این دامنه تعریف شود. مثلاً می‌توانیم بگوییم: «دو عبارت جبری روی دامنه A مساوی هستند هرگاه به ازای هر مقدار متغیر در این دامنه دو عبارت تعریف شده باشند و مقدار مساوی داشته

باشند.»

این تعریف اگرچه دقیق است ولی در سطح ریاضی (۱) مناسب نیست در این سطح از دقت بحث کنیم، مگر برای دانش آموزان قوی که دقت بیشتری در مفاهیم دارند. بنابراین تعریفی که در کتاب آمده است کافی است و در صورت لزوم برای دانش آموزان قویتر تعریف را به صورت بالا تکمیل کنید.

۱۵- در مسئله مطرح شده در صفحه ۱۰۲ کتاب فرضیات مسئله دقیقاً چیست؟

برای محاسبه سود یا زیان حاصل از فروش لیوانهای شربت، لازم است درآمد و هزینه حاصل از تهیه هر تعداد شربت معلوم باشد. محاسبه درآمد روشن است، اما برای محاسبه هزینه، یک هزینه اولیه انجام شده است که مربوط به خرید لیوانهای یکبار مصرف است و هزینه مربوط به شربت، به ازای هر لیوان داده شده است که به معنای آن است که مایع شربت مورد استفاده برای درست کردن شربت‌ها اگر زیاد هم بیاید به مغازه‌دار برگشت داده می‌شود و جزو هزینه محسوب نمی‌شود.

۱۶- تمرین ۴ بخش مسائل در صفحه ۱۰۴ چگونه حل می‌شود؟

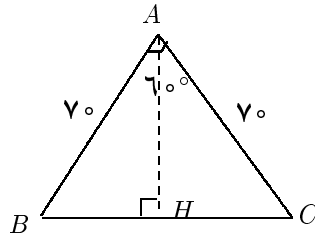
این مسئله در ارتباط با نمودارخوانی و به دست آوردن اطلاعات از روی نمودارها طرح شده است. خط قرمز مربوط به حمید و خط سبز مربوط به علی است. در لحظه صفر، علی در مکان صفر و حمید در مکان ۴۰ قرار دارد، یعنی در شروع مسابقه، حمید ۴۰ متر جلوتر از علی ایستاده است. انتهای این خطها نشان می‌دهند که حمید در زمان ۴۰ ثانیه به فاصله ۱۰۰ متر تا مبدا رسیده است (حمید در واقع فقط ۶۰ متر دویده است) و علی در زمان ۵۰ ثانیه ۱۰۰ متر را دویده است. بنابراین علی دیرتر به خط پایان رسیده است و حمید مسابقه را برده است.

اما اگر هر دو از یک نقطه شروع به دویدن می‌کردند خط قرمز را باید به موازات خود به پایین منتقل می‌کردیم و آن را امتداد می‌دادیم تا به مسافت ۱۰۰ متر می‌رسیدیم و زمان طی شده را از روی شکل پیدا کنیم. البته بدون استفاده از شکل با یک تناسب هم می‌توانیم زمان لازم برای دویدن ۱۰۰ متر توسط حمید را حساب کنیم. اگر زمان لازم را x بنامیم داریم $\frac{40}{100} = \frac{x}{100}$ در نتیجه $x = \frac{40}{100} \times 100 = 40$ پس در این حالت حمید تقریباً $16/6$ ثانیه دیرتر به خط پایان می‌رسید و علی برنده می‌شد.

۱۷- در یک رابطه خطی بین دو کمیت، برای بیان ریاضی معادله رابطه بین این دو کمیت، باید واحدهایی را برای اندازه‌گیری انتخاب کنیم. برای رسم نمودار معادله این رابطه آیا باید واحدهای انتخاب شده روی محورها هم‌اندازه باشند؟ اما جنس این کمیتها ممکن است با هم فرق کنند و هم‌اندازه بودن، معنا ندارد. با تغییر واحدها معادله رابطه بین این دو کمیت تغییر می‌کند. نمودار کدام معادله نمودار واقعی رابطه بین این دو کمیت است؟ مقدار شیب هر کدام از این خطها با هم فرق می‌کنند، شیب این خطها چه ارتباطی با این رابطه دارند؟ در بیان رابطه بین دو کمیت ناهمجنس همواره توجه داشته باشید که برای هر دو کمیت لازم است واحدهایی برای اندازه‌گیری داشته باشید و این واحدها ارتباطی با هم ندارند. بنابراین معادله ریاضی به دست آمده برای بیان رابطه بین این دو کمیت به این واحدها بستگی دارد و با تغییر این واحدها این معادله تغییر می‌کند. به ویژه در رابطه‌های خطی، اگرچه همواره معادله به دست آمده، معادله یک خط است ولی با تغییر واحدهای اندازه‌گیری شیب این خطها و عرض از مبدا این خطها ممکن است تغییر یابد. تمامی این معادلات و نمودارها معادلات واقعی و نمودارهای واقعی آن رابطه هستند، فقط با مقیاسهای متفاوتی نوشته و رسم شده‌اند. در رسم نمودار روابط خطی، اگر نخواهیم از شیب خط و سرعت تغییرات دو کمیت نسبت به هم صحبت کنیم، می‌توانیم با هر مقیاس دلخواهی روی دو محور نمودار را رسم کنیم. اما اگر بخواهیم از شیب خط و سرعت تغییرات صحبت کنیم مقیاسهای روی محورها باید متناسب با واحدهای اندازه‌گیری باشند. مثلاً در یک رابطه مسافت-زمان، اگر زمان بر حسب ساعت و مسافت بر حسب کیلومتر اندازه‌گیری شده است، هر واحد طول روی یک محور که یک کیلومتر را نشان می‌دهد همان مقدار واحد روی محور دیگر باید یک ساعت را نشان دهد. در این حالت، شیب خط، سرعت را بر حسب کیلومتر بر ساعت نشان خواهد داد. با تغییر واحدهای اندازه‌گیری، اگر زمان را بر حسب ثانیه و مسافت را بر حسب متر اندازه‌گیری کنیم، معادله تغییر پیدا می‌کند و با رسم این خط جدید، شیب آن، سرعت متحرک را بر حسب متر بر ثانیه نشان می‌دهد که از لحاظ مقدار عددی، متفاوت خواهد بود.

۱۸- تمرین ۱۳ در بخش مسائل صفحه ۱۴۳ چگونه حل می‌شود؟

در حالت اول، یک مثلث متساوی‌الساقین روی سطح زمین تشکیل می‌شود که در زیر رسم شده است.



ضلعهای AB و AC به اندازه عرض در هستند و 70° سانتی متر می باشند. راس A نیز زاویه 71° درجه است. طول میله همان طول ضلع BC است که باید محاسبه شود. با رسم ارتفاع از راس A که میانه و نیمساز هم می باشد، مثلث قائم الزاویه AHB تشکیل می شود که زاویه راس A در آن 3° درجه است. با توجه به سینوس 3° درجه نتیجه می شود ضلع BH ، 35 سانتی متر است و در نتیجه طول میله 70 سانتی متر است. راه دیگر آن است که با محاسبه دو زاویه دیگر نتیجه بگیریم مثلث متساوی الاضلاع است و طول میله همان 70 سانتی متر باید باشد.

در حالت دوم که طول میله داده شده است، با رسم یک شکل مانند بالا سینوس نصف زاویه A محاسبه می شود که برابر $\frac{3}{4}$ است. برای به دست آوردن نصف زاویه A کافی است مثلثی قائم الزاویه رسم کنیم که سینوس یک زاویه آن $\frac{3}{4}$ باشد. سپس با نقاله این زاویه را اندازه گیری می کنیم و آن را دو برابر می کنیم.

۱۹- در تعریف عبارتهای گویا، آیا ساده کردن لازم است در حالی که از ساده کردن بعدا صحبت می شود؟

حتی پس از ساده کردن، اگر به یک عبارت گویا برسیم آیا ما حق داریم عبارت اولیه را یک عبارت گویا بنامیم؟ منظور از ساده کردن یک عبارت رسیدن به عبارتی است که مساوی عبارت قبلی باشد و از نقطه نظری از عبارت اولیه ساده تر باشد. در سوال (۱۴) به اندازه کافی در مورد تعریف تساوی عبارتهای جبری صحبت کرده ایم و با توجه به همان بحثها اگر تعریف کتاب از عبارتهای گویا، برای دانش آموزان ابهاماتی به همراه داشت، آن را به شکل زیر کامل کنید: « عبارتهای گویا آنهایی هستند که به صورت تقسیم دو چند جمله ای بر هم هستند و هر عبارت دیگری که با آنها مساوی است »

۲۰- چرا برخی تمرینها در صفحات ۷۰ و ۷۱ در صفحه ۱۵۰ تکرار شده است؟

مفهوم اصلی در عبارتهای گویا در ارتباط با عمل تقسیم است. بیان خواص اولیه و اساسی عمل تقسیم در ابتدای

فصل چهارم است که به منظور استفاده در محاسبات معمولی آمده است. اما در صفحه ۱۵۰ استفاده اصلی در محاسبات عبارتهای گویا مورد نظر بوده است. به همین خاطر یک پیش‌نیاز برای دو منظور مختلف باعث شده است که برخی تمرینهای تکراری ظاهر شود که بعداً اصلاح خواهد شد.

۲۱- در عبارتهای جبری، اگر روی اعداد عمل ریشه‌گیری انجام شود، آیا آن عبارت را عبارت رادیکالی در نظر می‌گیریم؟

در تعریف عبارتهای رادیکالی، نهایتاً پس از ساده کردن باید عمل ریشه‌گیری روی عبارتهای شامل متغیر باشد. البته در تعریف کتاب این نکته تصریح نشده است و بعداً باید اصلاح شود.

۲۲- ریشه یک معادله و جواب یک معادله چه فرقی با هم دارند؟

اعدادی که در یک معادله صدق می‌کنند جوابهای آن معادله نامیده می‌شوند. اصطلاح ریشه برای معادله به کار برده نمی‌شود. معادله فقط جواب دارد نه ریشه. ریشه اصطلاحی است مربوط به چندجمله‌ایهای یک متغیره. هر عددی که مقدار یک چندجمله‌ای (یک متغیره) به ازای آن صفر شود یک ریشه آن چندجمله‌ای نامیده می‌شود. اگر $P(x)$ یک چندجمله‌ای باشد ریشه‌های این چندجمله‌ای همان جوابهای معادله $P(x) = 0$ هستند. بنابراین مفهوم ریشه و جواب به هم نزدیکند ولی با هم تفاوت دارند و کاربرد یکسان ندارند. ریشه فقط مربوط به چندجمله‌ایهای یک متغیره است بدون این که معادله‌ای در کار باشد، ولی جواب مربوط به معادلات است که به هر شکلی ممکن است باشند.